Ajuste estacional y extracción de señales en la Contabilidad Nacional Trimestral

S. G. Cuentas Nacionales
Instituto Nacional de Estadística

Contenido

1. Introducción

En este trabajo se detalla el proceso de extracción de señales aplicado en la Contabilidad Nacional Trimestral (CNTR) que elabora el Instituto Nacional de Estadística (INE). Dicho proceso incluye el tratamiento de los efectos de calendario, el ajuste estacional y la estimación de la señal de ciclo-tendencia, así como los procedimientos de equilibrado y conciliación que garantizan el cumplimiento, a todos los niveles de la CNTR, de las restricciones longitudinales y transversales.

Los procedimientos utilizados siguen las recomendaciones condensadas en el Manual de Cuentas Trimestrales (Eurostat, 1998) y en el informe del grupo de trabajo sobre ajuste estacional en la Contabilidad Nacional Trimestral (Eurostat y European Central Bank, 2001). En particular, la extracción de señales emplea la metodología basada en modelos ARIMA implementada en los programas TRAMO y SEATS, y el equilibrado y conciliación de las estimaciones se realiza mediante los métodos de Chow y Lin y de di Fonzo.

La organización de este documento es la siguiente. En la segunda sección se especifica la estructura de componentes subyacentes empleada para, en la tercera, describir los aspectos técnicos de su estimación. Dichos aspectos comprenden el cálculo de los efectos de calendario, la determinación de los componentes estocásticos y la descomposición final. La cuarta sección detalla, por su relevancia económica, el proceso de extracción de señales aplicado al Producto Interior Bruto (PIB). El método de equilibrado y conciliación multivariante que se emplea en la CNTR se describe en la sección quinta y, en la sexta, se expone la naturaleza de las revisiones y la estrategia de estimación seguida al respecto.

Finalmente, debe señalarse que este documento es parte de uno más extenso, en proceso de elaboración, en el que se actualiza la metodología de la CNTR, véase INE (1993). Esta actualización tendrá en cuenta los cambios de cobertura, definición y principios contables contenidos en el nuevo Sistema Europeo de Cuentas Nacionales (SEC-95) así como los aspectos técnicos relacionados con la desagregación temporal y el tratamiento de los indicadores de base.

2. La hipótesis de componentes subyacentes

La hipótesis de componentes subyacentes en el dominio del tiempo establece que la serie observada y_t es la agregación de cinco componentes ortogonales: tendencia, ciclo, estacionalidad, irregularidad y efectos de calendario, según:

[2.1] $$y_t = T_t + C_t + S_t + I_t + CAL_t$$

La expresión [2.1] también es válida para esquemas de tipo multiplicativo de la forma $y_t = T_t * C_t * S_t * I_t * CAL_t$ si se aplican logaritmos sobre la serie original. Se asume, sin pérdida de generalidad, que dicha transformación ha sido aplicada.

Es posible asociar cada uno de estos componentes con una banda en el dominio de la frecuencia, cuya interpretación es la siguiente:

Tendencia: está asociada con las bajas frecuencias, esto es, movimientos de larga duración cuyo período es superior a los 32 trimestres (ocho años). Este componente suele asociarse con los determinantes del crecimiento económico: progreso técnico acumulado; evolución del *stock* de capital físico; nivel, composición y cualificación (capital humano) de la fuerza de trabajo. En consecuencia, se considerará tendencia aquellas oscilaciones cuya frecuencia (w), expresada en radianes, se encuentre comprendida entre 0 y $2\pi/32$ (período superior a ocho años).[1] Cabe destacar, dentro de esta banda, su límite inferior, w=0, que se corresponde con oscilaciones de período infinito. Este elemento se denomina "tendencia pura o absoluta".

Ciclo: el componente cíclico de una serie temporal está caracterizado por oscilaciones cuya duración se sitúa entre dos y ocho años. Es un componente de baja frecuencia, igual que la tendencia, pero originado por factores diferentes, entre los que predominan los aspectos de corto plazo o ajuste hacia las sendas de crecimiento definidas en el punto anterior. Habitualmente esta clase de movimientos pueden ser caracterizados como la respuesta de los agentes económicos a *shocks* exógenos de diversa índole, tomando como instrumentos precios o cantidades. Por lo tanto, se considerará ciclo aquellas oscilaciones cuya frecuencia, en radianes, se encuentre contenida entre $2\pi/32$ y $2\pi/8$ (período comprendido entre dos y ocho años).

Merece especial mención la dificultad de discriminar entre tendencia y ciclo, sobre todo las oscilaciones comprendidas entre cinco y diez años. La cortedad, para estos fines, de la mayoría de las series macroeconómicas junto con la mayor complejidad del diseño de filtros ideales para estimar, de forma excluyente, la tendencia o el ciclo, hacen esta tarea especialmente difícil. Por otra parte, desde un punto de vista teórico, se admite que muchos de los factores que afectan a la tendencia son responsables también del comportamiento cíclico, de forma que no es conveniente imponer una distinción excesivamente tajante. Por esta razón se trabajará con un componente mixto de ciclo y tendencia $P_t = T_t + C_t$, de forma que [2.1] se transforma en:

[1] Recuérdese que $w=2\pi/p$, siendo *w* la frecuencia (en radianes) y *p* el período.

[2.2] $$y_t = P_t + S_t + I_t + CAL_t$$

Estacionalidad: se trata de un movimiento periódico o cuasiperiódico de duración inferior o igual al año. Viene determinado, principalmente, por factores institucionales, climáticos y técnicos que evolucionan de forma suave, desde una perspectiva a largo plazo. Habitualmente, dada la constancia a corto plazo de los mencionados factores, no es el componente más relevante para el análisis de la coyuntura, aunque puede arrojar luz sobre aspectos estructurales. Así pues, se denominará estacionalidad a la oscilación cuya frecuencia, en radianes, es $\pi/2$ (período de un año) y su armónico π (período de dos trimestres).

Irregularidad: son movimientos erráticos y generalmente impredecibles que distorsionan la relación lineal entre la serie observada y sus componentes estructurales (ciclo-tendencia y estacionalidad). Consiguientemente, se define la irregularidad de una serie como aquellos movimientos de frecuencia estrictamente inferior a $\pi/2$, excluyendo el armónico estacional asociado a la frecuencia π.

Efectos de calendario: Los efectos englobados dentro de este componente obedecen a la discrepancia existente entre la dinámica temporal intrínseca de un determinado fenómeno (p.e., diaria o semanal) y la que resulta de su agregación o muestreo temporal (p.e., trimestral). De esta manera, muchas series económicas poseen un patrón de variabilidad intrasemanal (ciclo semanal) que, al agregar temporalmente, da lugar a una pauta sistemática denominada “efecto alias” (*aliasing*), véase Melis (1992). Esta pauta, que es el único rasgo observable del ciclo semanal, sirve para inferir la estructura subyacente del mismo mediante su modelización estadística.

Por otra parte, determinados fenómenos económicos se rigen por un calendario diferente del utilizado como patrón de medida. Así, el caso más notable es el de la Pascua que, al regirse por el calendario lunar, posee una ubicación móvil en el calendario gregoriano, véase Stewart (2001). Nótese que, desde la perspectiva del primero, se trata de una fiesta fija cuyo efecto es puramente estacional. En consecuencia, se considerarán como efectos de calendario aquellos asociados con el ciclo semanal y con la Pascua móvil.

3. Estimación de los componentes

La estimación de los componentes descritos en la sección anterior se efectúa en dos etapas. En la primera se evalúan los efectos de calendario mediante un análisis de regresión con errores ARIMA y, en la segunda, se estiman los restantes componentes a través de la aplicación de filtros de Wiener-Kolmogorov a la serie corregida de los efectos de calendario. Una descripción de esta metodología se encuentra en Burman (1980), Hillmer y Tiao (1982), Hillmer *et al.* (1983), Maravall (1987, 1990, 1993a, 1993b, 1994), Maravall y Pierce (1987) y Gómez y Maravall (1998c), entre otros. Los programas empleados, TRAMO y SEATS, se describen en Maravall y Gómez (1996, 1998a). A continuación se detallan las etapas del proceso de extracción de señales.

3.1 Estimación del efecto de calendario

El efecto de calendario consta de dos elementos, uno asociado a la Pascua móvil (E_t) y otro vinculado con el ciclo semanal (CS_t). El primero se modeliza de forma determinista según:

[3.1] $$E_t = \gamma P(\tau)_t$$

donde $P(\tau)_t$ expresa la proporción que representa la semana de Pascua en el mes *t*, habiéndose considerado que su efecto se percibe en los τ días anteriores al Domingo de Resurrección. En general, se asume que τ=6. Un análisis detallado de esta clase de efectos se encuentra en Liu (1980, 1983) y en Hillmer *et al.* (1983).

El ciclo semanal también se representa de manera determinista, siendo su expresión formal:

[3.2] $$CS_t = \beta D_t$$

siendo D_t = (número de lunes, martes, miércoles, jueves y viernes en el mes *t*) - (número de sábados y domingos en el mes *t*)*(5/2). El factor 5/2 sirve para homogeneizar los dos elementos de la diferencia que da lugar a D_t. Acerca del tratamiento y modelización de esta clase de efectos véase Hillmer (1982), Bell y Hillmer (1983), Hillmer *et al.* (1983) y Salinas y Hillmer (1987), entre otros.

De esta forma, el efecto de calendario total se define como:

[3.3] $$\mathrm{CAL}_t = \mathrm{E}_t + \mathrm{CS}_t$$

La cuantificación de este efecto se realiza mediante la identificación, estimación y diagnóstico de un modelo de regresión cuya perturbación sigue una representación autorregresiva, integrada y de medias móviles (ARIMA) de tipo multiplicativo (Box y Jenkins, 1976):

[3.4] $$y_t = \gamma P(\tau)_t + \beta D_t + \frac{\theta_q(B)\theta_Q(B^s)}{\phi_p(B)\phi_P(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^D} a_t$$

donde $\phi_p(B)$ y $\theta_q(B)$ son, respectivamente, polinomios de orden *p* y *q* en el operador de desfases B, y $\phi_P(B^s)$ y $\theta_Q(B^s)$ son polinomios de orden P y Q en B^s, con s=4. Las expresiones $(1\text{-}B)^d$ y $(1\text{-}B^s)^D$ son operadores de diferenciación regular y estacional controlados por los parámetros enteros *d* y *D*, respectivamente. Por último, a_t es una secuencia de ruido blanco gaussiano con esperanza nula y varianza constante v_a.

El proceso inicial de identificación y estimación es realizado por el programa TRAMO, realizándose la determinación de la presencia del efecto de calendario mediante dos contrastes independientes de significación estadística de las hipótesis nulas γ=0 (ausencia de efecto Pascua) y β=0 (ausencia de ciclo semanal). En Gómez (1994) y Gómez y Maravall (1998b) se detalla el algoritmo de identificación y contraste incorporado en TRAMO.

Una vez estimados los parámetros γ y β y los operadores AR y MA del modelo [3.4] se obtiene la serie corregida de efectos de calendario:

[3.5] $$N_t = y_t - \hat{\gamma} P(\tau)_t - \hat{\beta} D_t$$

3.2 Estimación de los efectos estocásticos

El modelo ARIMA-AI identificado, estimado y diagnosticado en la sección anterior permite realizar una descomposición de la serie, posiblemente corregida de efectos de calendario, en sus componentes subyacentes estocásticos de tendencia, estacionalidad e irregularidad, siguiendo los principios de descomposición canónica basada en modelos ARIMA, véase Burman (1980), Hillmer y Tiao (1982), Hillmer *et al.* (1983), Maravall (1987, 1990, 1993a, 1993b, 1994), Maravall y Pierce (1987) y Gómez y Maravall (1998c), entre otros. En particular, como ya se ha comentado, se utilizan los programas TRAMO, como preprocesador de los efectos deterministas (ciclo semanal y Pascua móvil) y SEATS para realizar la extracción de las señales estocásticas.

Este método considera que cada componente está gobernado por un modelo ARIMA que refleja sus principales propiedades teóricas; debiendo ser dichos modelos compatibles, en su conjunto, con el que caracteriza a la serie agregada N_t.

Asumiendo, por mor de generalidad, *k* componentes estocásticos, ortogonales entre sí, cuya agregación genera a la serie N_t, se tiene:

[3.6] $$N_t = \sum_{i=1}^{k} N_{i,t}$$

Cada componente evoluciona según un modelo ARIMA:

[3.7] $$N_{i,t} = \frac{\theta_i(B)}{\varphi_i(B)} a_{i,t} = \psi_i(B) a_{i,t} \qquad i = 1..k$$

siendo $\varphi_i(B)$ y $\theta_i(B)$ operadores AR y MA, respectivamente, cuyas raíces se encuentran fuera o sobre el círculo de radio unitario. La perturbación que incide sobre cada componente es un ruido blanco gaussiano de varianza v_i.:

[3.8] $$a_{i,t} \sim \text{iid } N(0, v_i)$$

Como ya se ha expuesto en la subsección precedente, el agregado N_t también está gobernado por un modelo ARIMA, como se aprecia al combinar [3.4] con [3.5]:

[3.9] $$N_t = \frac{\theta_q(B)\theta_Q(B^s)}{\phi_p(B)\phi_P(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^D} a_t = \frac{\theta(B)}{\varphi(B)} a_t = \psi(B) a_t$$

Los modelos de los componentes expresados en [3.7] deben ser compatibles con el del agregado [3.9], lo que conduce a la siguiente condición:

[3.10] $$\frac{\theta(B)}{\varphi(B)} a_t = \sum_{i=1}^{k} \frac{\theta_i(B)}{\varphi_i(B)} a_{i,t}$$

A su vez, la expresión anterior implica las dos siguientes:

[3.11] $$\varphi(B)=\prod_{i=1}^{k}\varphi_i(B)$$

y

[3.12] $$\theta(B)a_t=\sum_{i=1}^{k}\varphi_{(i)}(B)\,\theta_i(B)\,a_{i,t}$$

con $\varphi_{(i)}(B)=\prod_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{k}\varphi_j(B)$

Las ecuaciones [3.11] y [3.12] son fundamentales para el desarrollo del procedimiento, ya que relacionan los operadores ARMA de la forma reducida de N_t con los correspondientes operadores de los componentes inobservables. Los primeros han sido estimados y los segundos pueden ser derivados a partir de éstos. Desafortunadamente, estas dos ecuaciones están sujetas al siguiente problema de identificación: existen infinitas estructuras $\psi_i(B)$ compatibles con el modelo en forma reducida $\psi(B)$ que gobierna a N_t. La solución de este problema requiere la incorporación de información adicional que solucione esta indeterminación. La metodología basada en modelos invoca al principio de descomposición canónica para alcanzar la identificación del sistema. Este principio establece que la descomposición adicional de cada componente como señal más ruido blanco es imposible, esto es, que el componente carece de información redundante: es señal pura o ruido blanco, sin mezcla posible. Formalmente:

[3.13] $$\begin{aligned} N_{i,t} &= N_{i,t}^{s}+\zeta_{i,t} \\ \zeta_{i,t} &\sim \text{iid } N(0,\sigma_i) \end{aligned}$$

implica $N_{i,t}=N_{i,t}^{s}$ (sólo existe señal) o $N_{i,t}=\zeta_{i,t}$ (sólo existe ruido).

Desde el dominio de la frecuencia, este principio requiere que todos los componentes posean al menos un valor nulo en su representación espectral (si se trata de señales) o ninguno (si se trata de ruidos).

Una de las consecuencias del principio de descomposición canónica es que los operadores MA de los modelos de los componentes no son invertibles, ya que poseen al menos una raíz sobre el círculo de radio unitario, lo que obliga a acomodar el análisis econométrico de los componentes estimados a este hecho.

Una vez aplicado el principio de descomposición canónica, las ecuaciones [3.11] y [3.12] permiten la determinación de los valores de $\psi_i(B)$ en función de los de $\psi(B)$ mediante, por ejemplo, el método de los momentos.

Una vez definidos los modelos teóricos para los componentes, es menester estimarlos, esto es, obtener series temporales para cada $N_{i,t}$ a partir de los datos observados de N_t. Este proceso se realiza mediante el filtrado de N_t según:

[3.14] $$\hat{N}_{i,t} = V_i(B,F)N_t$$

Los filtros $V_i(B,F)$ con $F=B^{-1}$ utilizados por el SEATS pertenecen a la familia Wiener-Kolmogorov, cuyo diseño trata de minimizar el error cuadrático medio entre el estimador y el componente teórico. De esta forma, estos filtros se obtienen como solución del siguiente programa de optimización restringida:

[3.15] $$\begin{gathered}\underset{\hat{N}_{i,t}}{\mathrm{MIN}}\ E(N_{i,t}-\hat{N}_{i,t})^2 \\ \text{s.a.} \\ N_{i,t} = \psi_i(B)a_{i,t}\end{gathered}$$

La solución de este programa conduce a:

[3.16] $$\hat{N}_{i,t} = \frac{v_i}{v_a}\frac{\psi_i(B)}{\psi(B)}\frac{\psi_i(F)}{\psi(F)}N_t = \kappa_i\pi(B)\pi(F)\psi_i(B)\psi_i(F)N_t$$

La expresión anterior representa la solución de filtrado adoptada por el enfoque basado en modelos expresados en forma reducida. Se trata de filtros lineales, simétricos, invariantes en el tiempo, de colas infinitas aunque convergentes y que se derivan combinando la información suministrada por la forma reducida, $\pi(B)$, y la postulada para los componentes, $\psi_i(B)$ (véase Maravall, 1987).

Particularizando el caso anterior para el modelo "de las líneas aéreas" (p=P=0, d=D=1 y q=Q=1) y series trimestrales (s=4), se tiene lo siguiente:

[3.17] $$N_t = \frac{(1-\theta_1 B)(1-\theta_4 B^4)}{(1-B)(1-B^4)}a_t \qquad -1<\theta_1<1, \quad 0<\theta_4<1$$

Este modelo es compatible con una descomposición de la forma siguiente:

[3.18] $$N_t = P_t + S_t + I_t$$

Siendo los modelos para los componentes canónicos:

[3.19a] $$P_t = \frac{(1+B)(1-\alpha B)}{(1-B)^2} a_{P,t} \qquad a_{P,t} \sim \text{iid } N(0, v_P)$$

[3.19b] $$S_t = \frac{(1-B)(1-\delta_1 B - \delta_2 B^2)}{(1+B+B^2+B^3)} a_{S,t} \qquad a_{S,t} \sim \text{iid } N(0, v_S)$$

[3.19c] $$I_t = a_{I,t} \qquad a_{I,t} \sim \text{iid } N(0, v_I)$$

Los correspondientes filtros de Wiener-Kolmogorov que permiten estimar los componentes a partir de la muestra son:

[3.20a] $$\hat{P}_t = \frac{v_P}{v_a} \frac{U(B)(1+B)(1-\alpha B)}{(1-\theta_1 B)(1-\theta_4 B^4)} \frac{U(F)(1+F)(1-\alpha F)}{(1-\theta_1 F)(1-\theta_4 F^4)} N_t$$

[3.20b] $$\hat{S}_t = \frac{v_S}{v_a} \frac{(1-B)^3(1-\delta_1 B - \delta_2 B^2)}{(1-\theta_1 B)(1-\theta_4 B^4)} \frac{(1-B)^3(1-\delta_1 F - \delta_2 F^2)}{(1-\theta_1 F)(1-\theta_4 F^4)} N_t$$

[3.20c] $$\hat{I}_t = \frac{v_I}{v_a} \frac{(1-B)^2 U(B)}{(1-\theta_1 B)(1-\theta_4 B^4)} \frac{(1-F)^2 U(F)}{(1-\theta_1 F)(1-\theta_4 F^4)} N_t$$

siendo $U(B)=1+B+B^2+B^3$. Finalmente, los modelos para los estimadores son:

[3.21a] $$\hat{P}_t = \frac{(1+B)(1-\alpha B)}{(1-B)^2} V_P(F) a_{P,t} = \psi_P(B) V_P(F) a_{P,t}$$

[3.21b] $$\hat{S}_t = \frac{(1-B)(1-\delta_1 B - \delta_2 B^2)}{(1+B+B^2+B^3)} V_S(F) a_{S,t} = \psi_S(B) V_S(F) a_{S,t}$$

[3.21c] $$\hat{I}_t = V_I(F) a_{I,t}$$

En todos los casos hay que destacar:

- La falta de invertibilidad de los operadores MA, ni los definidos sobre B ni sobre F, por lo que las correspondientes expansiones AR serán de tamaño infinito.

- La necesidad de efectuar extrapolaciones de la serie en sus extremos para obtener estimaciones completas de los componentes.
- La diferencia entre el modelo teórico para el componente y el modelo del estimador, debida a la presencia de los filtros en F. En particular, el componente irregular estimado diferirá del teórico de manera sistemática, perdiendo sus características de ruido blanco.
- El diagnóstico de la descomposición se basa, entre otros elementos, en la comparación entre las funciones de autocorrelación de los estimadores teóricos y de los estimadores empíricos.

3.3 Estimación final

Una vez efectuado el proceso bietápico antes descrito, la estimación final efectuada en la CNTR se obtiene de manera inmediata. Así, la serie corregida de efectos de calendario y de estacionalidad (sac) se obtiene detrayendo de la serie observada los correspondientes términos de calendario y estacionalidad:

[3.22] $$\hat{y}_t^{sac} = y_t - CAL_t^e - \hat{S}_t$$

Por su parte, la serie de ciclo-tendencia es directamente el componente P_t estimado según la forma ya descrita:

[3.23] $$\hat{y}_t^{ct} = \hat{P}_t = V_P(B,F)(y_t - CAL_t^e)$$

Debe destacarse que, a diferencia de otros procedimientos de descomposición, la metodología basada en modelos permite obtener directamente la señal de ciclo-tendencia a partir de la serie observada, sin necesidad de efectuar suavizado alguno de la serie desestacionalizada y corregida de efectos de calendario.

4. Tratamiento del Producto Interior Bruto

En el sistema de Cuentas Nacionales, el Producto Interior Bruto (PIB) tiene un papel especial debido a su carácter de síntesis cuantitativa de las tres ópticas con las que es analizada la actividad de una economía: gasto o demanda, producción u oferta y rentas. Por lo tanto, el tratamiento de esta variable es particularmente relevante.

La descomposición del PIB se puede efectuar de dos maneras alternativas:

- Directa: los procedimientos de extracción de señales son aplicados al PIB en términos brutos, esto es, a la agregación transversal de sus constituyentes.
- Indirecta: las señales que forman el PIB se obtienen como suma de las correspondientes señales de sus componentes.

Ambos procedimientos no generan, de forma necesaria, los mismos resultados debido, entre otras razones, a la heterogeneidad de las pautas estacionales de los componentes y a efectos de tipo no lineal vinculados con el tratamiento multiplicativo de los mismos.

Por otra parte, la elección de un método u otro depende del criterio que se siga (suavidad, magnitud de las revisiones, etc.) y de las circunstancias particulares del conjunto de series objeto de examen. En consecuencia, desde un punto de vista técnico, la única recomendación consiste en analizar cada caso separadamente y realizar la elección en función del uso al que se sometan los datos. Véase Geweke (1976), Gómez (2000) y Planas y Campolongo (2000) para un análisis detallado de ambos procedimientos.

Teniendo en cuenta la relevancia ya comentada del PIB y la presencia de restricciones transversales que afectan a su estimación, se ha optado en la CNTR por utilizar el método directo. En consecuencia, las series desestacionalizadas y de ciclo-tendencia de sus componentes desde las tres ópticas han de ser consistentes, por agregación transversal, con el PIB desestacionalizado y de ciclo-tendencia estimado de manera directa. El procedimiento que garantiza dicha consistencia transversal se describe en la siguiente sección.

Formalmente, el procedimiento consta de las siguientes etapas:

- Estimación del PIB no ajustado o bruto mediante la suma transversal de sus agregados:

[4.1] $$PIB_{t,T} = \sum_{j=1}^{M} x_{j,t,T} \qquad \forall t, T$$

donde *t* y *T* son, respectivamente, los índices temporales de frecuencia trimestral y anual. Los *M* componentes en que se desagrega el PIB son consistentes temporalmente:

[4.2] $$\sum_{t=1}^{4} x_{j,t,T} = Y_{j,T} \qquad \forall j, T$$

siendo $Y_{j,T}$ el total anual de la serie *j* en el año *T*.

- Ajuste del PIB: las estimaciones corregidas de estacionalidad y efectos de calendario, así como las de ciclo-tendencia, se obtienen aplicando los métodos descritos en la sección anterior a la serie generada a través de [4.1]. Los posibles desajustes temporales en esta serie, debidos a la naturaleza estocástica del componente estacional, son corregidos mediante la aplicación del método de Chow-Lin (1971), considerándose como indicador la señal del PIB y como restricción los correspondientes datos anuales.

- Extracción preliminar de señales en los componentes: cada una de las series que forman el PIB son desestacionalizadas y estimadas sus tendencias mediante el método basado en modelos ya expuesto.

- Conciliación temporal y transversal de las señales de los componentes: de la misma forma que ocurre con el PIB, las señales estimadas para sus componentes no verificarán, como norma general, ni la restricción transversal ni la temporal:

[4.3] $$PIB^{u}_{t,T} \neq \sum_{j=1}^{M} x^{u}_{j,t,T}$$

y

[4.4] $$\sum_{t=1}^{4} x^{u}_{j,t,T} \neq Y_{j,T}$$

siendo u={sac, ct}.

El proceso de conciliación transversal y temporal que se aplica para tornar en igualdades las dos expresiones precedentes se describe en la siguiente sección. Con el fin de no recargar innecesariamente la notación, se denominará *z* al PIB trimestral, x_j al componente j-ésimo del PIB que no verifica las restricciones transversales y temporales e y_j a su versión consistente. Asimismo, se considerará simultáneamente el caso de las series desestacionalizadas y de las tendencias, ya que el método aplicado es idéntico.

5. Consistencia transversal y temporal de las estimaciones

El procedimiento aplicado para resolver los problemas de inconsistencia transversal y temporal antes comentados es una extensión al caso multivariante del de Chow y Lin (1971). Este procedimiento permite la inclusión de restricciones de naturaleza transversal, como las que aparecen en la conciliación de las cuentas nacionales, y temporal, características de la desagregación temporal de series anuales. La consideración simultánea de ambas restricciones obliga a plantear el problema en un marco multivariante explícito. En dicho marco se encuentra el método que emplea la CNTR, véase di Fonzo (1987, 1990, 1994) y Quilis (2001).

Sea $Y=\{Y_{j,T} : j=1..M, T=1..N\}$ un conjunto de *M* series que se desea trimestralizar y que han de estar, cada trimestre conciliadas. En consecuencia, las estimaciones trimestrales $y=\{y_{j,t,T} : j=1..M, t=1..4, T=1..N\}$ han de satisfacer dos restricciones, una longitudinal:

[5.1] $$Cy_j = Y_j \quad \forall j$$

y otra transversal:

[5.2] $$\sum_{j=1}^{M} y_j = z$$

donde C: Nxn es la matriz de agregación temporal definida como:

$$C = I_N \otimes c = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$\otimes$ denota el producto tensorial y c=[1,1,1,1]. Esta expresión permite considerar otros casos: si c=[¼,¼,¼,¼] se trata de la distribución temporal de un índice y, si c=[0,0,0,1], se obtiene un problema de interpolación. Sin pérdida de generalidad, se considerará el caso de distribución de un flujo: c=[1,1,1,1].

Naturalmente, z:nx1 es el PIB ajustado de la manera descrita en la sección anterior y es, por lo tanto, una serie trimestral observable. Nótese que, en el método de di Fonzo, *z* es parte del conjunto de información disponible. No es, por tanto, objeto de estimación o, si se prefiere, no es parte del problema sino de la solución. La estructura formal del problema se aprecia en la siguiente tabla:

Tabla 5.1: Estimación trimestral con restricción transversal

Año	Trimestre	Series				Total
		y_1	Y_1	y_2	Y_2	z
	1	$y_{1,1,1}$		$y_{2,1,1}$		$\mathbf{z_{1,1}}$
	2	$y_{1,2,1}$		$y_{2,2,1}$		$\mathbf{z_{2,1}}$
	3	$y_{1,3,1}$		$y_{2,3,1}$		$\mathbf{z_{3,1}}$
	4	$y_{1,4,1}$		$y_{2,4,1}$		$\mathbf{z_{4,1}}$
1			$\mathbf{Y_{1,1}}$		$\mathbf{Y_{2,1}}$	
	1	$y_{1,1,2}$		$y_{2,1,2}$		$\mathbf{z_{1,2}}$
	2	$y_{1,2,2}$		$y_{2,2,2}$		$\mathbf{z_{2,2}}$
	3	$y_{1,3,2}$		$y_{2,3,2}$		$\mathbf{z_{3,2}}$
	4	$y_{1,4,2}$		$y_{2,4,2}$		$\mathbf{z_{4,2}}$
2			$\mathbf{Y_{1,2}}$		$\mathbf{Y_{2,2}}$	

Los valores que aparecen en esta tabla son de dos tipos: los que están en **negrita** representan datos del problema (4 totales anuales y 8 totales trimestrales) mientras que los que están *en cursiva* reflejan las estimaciones que han de realizarse (16 datos trimestrales).

Expresando las restricciones [5.1] y [5.2] en notación matricial se tiene, respectivamente:

[5.3] $$(I_M \otimes C)y = Y$$

y

[5.4] $$(i'_M \otimes I_n)y = z$$

En consecuencia, las *NM* restricciones longitudinales y las *n* restricciones transversales que operan sobre el vector de estimaciones trimestrales dan lugar a la siguiente expresión:

[5.5] $$Hy = Y_e$$

siendo:

[5.6] $$H = \begin{bmatrix} i'_M \otimes I_n \\ I_M \otimes C \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad Y_e = \begin{bmatrix} z \\ Y \end{bmatrix}$$

Una vez que las restricciones en presencia han sido planteadas, se formula un modelo que relaciona agregados e indicadores en la frecuencia trimestral. Este modelo tiene la misma expresión que el empleado en el método de Chow y Lin:

[5.7] $$y_j = x_j\beta_j + u_j \qquad j = 1..M$$

siendo y_j el agregado trimestral inobservable, x_j una matriz nxp_j de indicadores que son en este caso el propio agregado inconsistente temporal y transversalmente, β_j es un vector de parámetros constantes y desconocidos y u_j denota las perturbaciones estocásticas que distorsionan la relación lineal entre indicadores y serie trimestral. Se asume que dichas perturbaciones son de media nula y de matriz de varianzas y covarianzas v_{jj}. En general, se admite que las innovaciones de ecuaciones distintas puedan estar contemporáneamente correlacionadas:

[5.8] $$E(u_i u_j^{'}) = v_{i,j} \qquad \forall i, j = 1..M$$

De esta manera, el modelo adopta una expresión formalmente similar a la de un sistema de ecuaciones de regresión aparentemente no relacionadas (*seemingly unrelated regression equations, SURE*):

[5.9] $$\underbrace{\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \ldots \\ y_M \end{bmatrix}}_{y} = \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & x_2 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & x_M \end{bmatrix}}_{x} \underbrace{\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \ldots \\ \beta_M \end{bmatrix}}_{\beta} + \underbrace{\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \ldots \\ u_M \end{bmatrix}}_{u}$$

El modelo anterior es muy similar al utilizado en el procedimiento de Chow y Lin. Por lo tanto, la aplicación al mismo de la matriz *H* de restricciones longitudinales y transversales da lugar a la siguiente versión observable:

[5.10] $$Y_e = X_e\beta + U_e$$

Aplicando los principios de estimación lineal, insesgada y óptima[1] (ELIO) a *y* se obtiene:

[5.11] $$\hat{y} = x\hat{\beta} + L(Y_e - X_e\hat{\beta})$$

[1] En el sentido de varianza mínima.

siendo $\hat{\beta}$ la estimación por mínimos cuadrados generalizados en un contexto SURE:

[5.12] $$\hat{\beta} = (X_e^{'} V_e^{\neg} X_e)^{-1} (X_e^{'} V_e^{\neg} Y_e)$$

y *L* es el filtro de distribución del residuo anual:

[5.13] $$L = vH' V_e^{\neg}$$

La interpretación de los resultados es, en lo esencial, la misma que se efectúa al examinar los resultados de Chow y Lin. Sólo existe una consideración técnica específica derivada de la naturaleza de la matriz de restricciones *H*. Como dicha matriz es rectangular con dimensión (n+NM)x(nM), no es de rango máximo y su inversión requiere el uso de una matriz inversa generalizada como, por ejemplo, la de Moore-Penrose:

[5.14] $$H^{\neg} = (H' H)^{-1} H'$$

Por otra parte, los problemas que aquejan al método de Chow y Lin relacionados con la matriz de varianzas y covarianzas de las perturbaciones trimestrales están exacerbadas en el procedimiento de di Fonzo, debido al notable incremento en la dimensión del problema. En consecuencia, en las aplicaciones prácticas se aplica preferentemente la hipótesis de Fernández (1981), debidamente modificada para el caso multivariante:

[5.15] $$V_e = H\left[\Sigma \otimes (D'D)^{-1}\right]H'$$

siendo Σ una matriz MxM que recoge las varianzas y covarianzas contemporáneas de las *M* perturbaciones del modelo [5.10] y D: nxn adopta la forma:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & ... & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & ... & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & ... & 0 & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & ... & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Naturalmente, la expresión anterior es el análogo matricial del conocido operador de diferenciación regular (1-B).

En resumen, las principales etapas de todo el procedimiento son las siguientes:

1. Obtención de un conjunto de estimaciones en términos brutos, donde se cumplen las restricciones transversal y temporal.
2. Aplicación al PIB en términos brutos de un filtro óptimo para obtener el PIB desestacionalizado, que no verifica necesariamente la restricción temporal.
3. Aplicación del método de Chow-Lin al PIB desestacionalizado, para garantizar la restricción temporal[1].
4. Filtrado de los agregados para obtener las series desestacionalizadas, que pueden incumplir las restricciones transversal y temporal.
5. Aplicación del método de di Fonzo a los agregados desestacionalizados, para garantizar ambas restricciones, obteniendo así las series finales[2].

A partir de la etapa (2) el procedimiento para obtener las series de ciclo-tendencia es idéntico que el seguido con las desestacionalizadas.

---

[1] Se usa como indicador el PIB trimestral desestacionalizado, y como restricción el PIB anual.
[2] Se usan como indicadores los agregados trimestrales desestacionalizados; como restricciones temporales los respectivos agregados anuales; y como restricción transversal el PIB trimestral desestacionalizado y temporalmente consistente.

6. Revisiones

Como ya se ha señalado, la aplicación de filtros simétricos en los extremos de las series para realizar su desestacionalización y extracción de señales requiere el empleo de predicciones. Naturalmente, estas predicciones son sustituidas por datos reales a medida que transcurre el tiempo, lo que da lugar a una diferencia entre el dato empleado en la primera estimación y en las subsiguientes. Esta sustitución da lugar a una revisión de las estimaciones de los componentes de las series.

Por una parte, las revisiones en las estimaciones son necesarias ya que son el resultado natural de un proceso adaptativo, con en el que se trata de determinar el comportamiento del sistema sobre la base de una cantidad limitada de información de manera que, a medida que ésta se expande, se modifican las estimaciones preliminares.

Por otra parte, grandes revisiones conducen a una pérdida de confianza en la información suministrada, especialmente si sólo obedecen a variaciones de carácter instrumental o procedural. En consecuencia, en la CNTR se ha optado por seguir la siguiente estrategia de revisión que trata de equilibrar ambas consideraciones:

- Los modelos de regresión con perturbaciones ARIMA empleados para predecir las series por sus extremos y para diseñar los filtros de extracción de señales se mantienen fijos durante un año.
- Los parámetros de dichos modelos se estiman todos los trimestres, para asegurar su adaptación a la información más completa.
- La descomposición se efectúa todos los trimestres: no se emplean factores estacionales proyectados de ningún tipo. De esta manera, se persigue recoger la variabilidad estocástica local de los componentes de la forma más eficaz posible.

El ajuste estacional es una de las causas que dan lugar a revisiones, pero no es la única. En particular, debe señalarse la modificación de las estimaciones anuales que sirven de soporte cuantitativo a la CNTR y cuyo papel se ha examinado en este trabajo al describir el proceso de conciliación transversal aplicado.

Referencias

Bell, W.R. y Hillmer, S.C. (1983) "Modeling time series with calendar variation", Journal of the American Statistical Association, vol. 78, n. 383, p. 526-534.

Box, G.E.P. y Jenkins, G.M. (1976) *Time series analysis, forecasting and control*, Holden Day, San Francisco, U.S.A.

Burman, J.P. (1980) "Seasonal adjustment by signal extraction", *Journal of the Royal Statistical Society*, series A, n. 143, p. 321-337.

Chow, G. y Lin, A.L. (1971) "Best linear unbiased distribution and extrapolation of economic time series by related series", *Review of Economic and Statistics*, vol. 53, n. 4, p. 372-375.

di Fonzo, T. (1987) *La stima indiretta di serie economiche trimestrali*, Cleup Editore, Padua, Italia.

di Fonzo, T. (1990) "The estimation of M disaggregate time series when contemporaneous and temporal aggregates are known", *Review of Economic and Statistics*, vol. 72, p. 178-182.

di Fonzo, T. (1994) "Temporal disaggregation of a system of time series when the aggregate is known", INSEE-Eurostat Workshop on Quarterly National Accounts, París, diciembre.

Eurostat (1998) *Handbook of quarterly national accounts. Preliminary draft*, Eurostat, Luxembourg.

Eurostat y European Central Bank (2001) "Final report on seasonal adjustment of Quarterly National Accounts", Eurostat - European Central Bank, Documento Interno.

Fernández, R.B. (1981) "Methodological note on the estimation of time series", *Review of Economic and Statistics*, vol. 63, n. 3, p. 471-478.

Geweke, J. (1978) "The temporal and sectorial aggregation of seasonally adjusted time series", en Zellner, A. (Ed.) *Seasonal analysis of economic time series*, U.S. Department of Commerce, Bureau of the Census, Washington, U.S.A.

Gómez, V. (1994) "Especificación automática de modelos ARIMA en presencia de observaciones atípicas", Universidad Complutense de Madrid, Documento Interno.

Gómez, V. y Maravall, A. (1996) "Programs TRAMO and SEATS", Documento de Trabajo n. 9628, Banco de España.

Gómez, V. y Maravall, A. (1998a) "Guide for using the programs TRAMO and SEATS", Documento de Trabajo n. 9805, Banco de España.

Gómez, V. y Maravall, A. (1998b) "Automatic modeling methods for univariate series", Documento de Trabajo n. 9808, Banco de España.

Gómez, V. y Maravall, A. (1998c) "Seasonal adjustment and signal extraction in economic time series", Documento de Trabajo n. 9809, Banco de España.

Gómez, V. (2000) "Revision-based test for direct vs indirect seasonal adjustment of aggregated series", Ministerio de Economía y Hacienda, Documento Interno.

Hillmer, S.C. (1982) "Forecasting time series with trading day variation", *Journal of Forecasting*, vol. 1, p. 385-395.

Hillmer, S.C. y Tiao, G.C. (1982) "An ARIMA model-based approach to seasonal adjustment", *Journal of the American Statistical Society*, vol. 77, n. 377, p. 63-70.

Hillmer, S.C., Bell, W. y Tiao, G.C. (1983) "Modeling considerations in the seasonal adjustment of economic time series", en Zellner, A. (Ed.) *Applied time series analysis of economic data*, U.S. Department of Commerce, Bureau of the Census, Washington, U.S.A.

INE (1993) *Contabilidad Nacional Trimestral de España. Metodología y serie trimestral 1970-1992*, Instituto Nacional de Estadística, Madrid, España.

Liu, L.M. (1980) "Analysis of time series with calendar effects", *Management Science*, vol. 26, n. 1, p. 106-112.

Liu, L.M. (1983) "Identification of time series models in the presence of calendar variation", SCA Corporation, Working Paper n. 102.

Maravall, A. (1987) "Descomposición de series temporales. Especificación, estimación e inferencia", *Estadística Española*, vol. 29, n. 114, p. 11-69.

Maravall, A. (1990) "Análisis de un cierto tipo de tendencias", *Cuadernos Económicos de ICE*, n. 44, p. 124-146.

Maravall, A. (1993a) "Stochastic linear trends. Models and estimators", *Journal of Econometrics*, n. 56, p. 5-37.

Maravall, A. (1993b) "Short-term analysis of macroeconomic time series", European University Institute, Working Paper ECO n. 95/9.

Maravall, A. (1994) "Unobserved components in economic time series", en Pesaran, H., Schmidt, P. y Wickens, M. (Eds.) *The handbook of applied econometrics*, vol. 1, Basil Blackwell, Oxford, U.K.

Maravall, A. y Pierce, D.A. (1987) "A prototypical seasonal adjustment model", *Journal of Time Series Analysis*, n. 8, p. 177-193.

Melis, F. (1992) "Agregación temporal y solapamiento o 'aliasing'", *Estadística Española*, n. 130, p. 309-346.

Planas, Ch. y Campolongo, F. (2000) "The seasonal adjustment of contemporaneously aggregated series", JRC, Documento Interno.

Quilis, E.M. (2001) "Notas sobre desagregación temporal de series económicas", Instituto de Estudios Fiscales, Papeles de Trabajo n. 1/01.

Salinas, T.S. y Hillmer, S.C. (1987) "Multicollinearity problems in modeling time series with trading-day variation", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 5, n. 3, p. 431-436.

Stewart, I. (2001) "Estructura temporal cuasi-cristalina de la Pascua", *Investigación y Ciencia*, n. 295, p. 84-85.