

## Características inflacionarias de la economía española. Un análisis ARMA vectorial<sup>1</sup>

Enrique M. Quilis\*

Rafael Frutos Vivar\*\*

\*Instituto Nacional de Estadística

\*\*Agencia Tributaria y Universidad de Alcalá

Mayo 1999

### RESUMEN

En este trabajo se aplican técnicas de series temporales múltiples al análisis de cinco indicadores básicos de las condiciones inflacionarias de la economía española. Estas técnicas combinan la especificación y simplificación de modelos VARMA mediante el análisis de correlaciones canónicas con su estimación por máxima verosimilitud exacta. Los resultados obtenidos permiten identificar dos componentes comunes no estacionarios que resultan estar esencialmente vinculados con el comportamiento de los precios industriales así como la clasificación de los impulsos que inciden en el sistema en función de su origen interno o externo. Asimismo, se realiza una estimación de las desviaciones transitorias respecto a las tendencias comunes cuyo análisis destaca la relevancia de los precios industriales y agrarios en el seguimiento y anticipación de la inflación en España.

**Palabras clave:** Modelos VARMA, correlaciones canónicas, cointegración, reducción de la dimensión, extracción multivariante de señales.

---

<sup>1</sup> El contenido de este trabajo se ha visto beneficiado por los comentarios y sugerencias de Ana Abad y de participantes en seminarios realizados en el Instituto Nacional de Estadística, Instituto de Estudios Fiscales, Instituto Gallego de Estadística, FEDEA, y en las universidades Autónoma de Madrid, de Valladolid, Europea de Estudios Empresariales y de Coruña. Las opiniones expresadas corresponden a los autores y no reflejan necesariamente ni las del INE, AEAT o IEF.

## 1. INTRODUCCION

El análisis habitual de las condiciones inflacionarias de la economía española descansa, de forma principal, en el Índice de Precios de Consumo (IPC). Este predominio puede ser justificado tanto por razones teóricas como empíricas, encontrándose en Alvarez y Matea (1997) una exposición minuciosa de las mismas.

No obstante, con el fin de evaluar de forma más precisa y ponderada el estado inflacionario, así como para anticipar su evolución e identificar los impulsos que sobre él inciden, distintos analistas han resaltado la conveniencia de extender el conjunto de información, de manera que la suministrada por el IPC pueda ser complementada y ampliada con la de otros indicadores, véase Espasa *et al.* (1987), Matea (1989, 1993), Matea y Regil (1996), Cabrero y Delrieu (1996) y Fernández y Virto (1996), entre otros.

Reconociendo la conveniencia de ampliar el marco de indicadores apropiados para analizar la inflación, en este trabajo se han seleccionado cinco series mensuales de precios: los índices de precios de consumo (IPC), industriales (IPRI) y percibidos por los agricultores (IPPA) junto con los índices de valor unitario de los bienes importados (IVUM) y exportados (IVUX).

Por otra parte, la teoría económica no detalla la naturaleza exacta de las interacciones dinámicas entre estos indicadores que, inevitablemente, sólo son aproximaciones a conceptos teóricos de carácter abstracto. En consecuencia, parece recomendable utilizar métodos multivariantes que representen de forma poco restringida y parsimoniosa la información estadística disponible, permitiendo la identificación tanto de los factores comunes responsables de la evolución a largo plazo como de las desviaciones transitorias o cíclicas respecto a dichos factores, de especial interés en el diagnóstico coyuntural.

En particular, las técnicas empleadas aspiran a la representación de los datos mediante un modelo dinámico lineal en forma reducida, a su eventual simplificación a través de técnicas de correlaciones canónicas y de componentes principales y, por último, a la aplicación de todo lo anterior a la descomposición de las series observadas como la agregación de un componente permanente y otro transitorio. De esta forma, la combinación de un modelo adecuado, una estructura simplificadora y una descomposición estadística y económicamente significativa permitirán un análisis completo de las condiciones inflacionarias de la economía española.

El modelo empleado es un vector autorregresivo y de medias móviles (VARMA). Este tipo de modelos permite representar la dinámica de un conjunto de series temporales de forma poco condicionada *a priori* y, sobre la base de una forma reducida poco controvertida, realizar diversos análisis encaminados a identificar estructuras subyacentes y a reducir la dimensión del sistema.

Se utilizan técnicas de correlaciones canónicas para identificar el modelo y para simplificar su estructura. Dichas técnicas permiten estimar las tendencias comunes y las relaciones de cointegración. Asimismo, se

estiman los componentes transitorios como desviaciones estacionarias a las citadas tendencias comunes empleando una factorización apropiada del operador VAR.

La estructura del trabajo es la siguiente. En la segunda sección se detalla la metodología estadística empleada. Esta sección se divide a su vez en tres apartados. El primero está dedicado a la definición del modelo VARMA y a las técnicas de correlaciones canónicas empleadas para especificarlo. El segundo presenta el análisis canónico, cuya finalidad principal es identificar los factores comunes no estacionarios y las posibles relaciones de cointegración presentes en el sistema. La exposición metodológica concluye en el tercer apartado, en el que se presenta la factorización del operador VAR que da lugar a una descomposición de las series observadas en sus componentes permanentes (o tendenciales) y transitorios (o cíclicos).

La tercera sección ofrece los resultados empíricos de la aplicación de esa metodología a los indicadores seleccionados. Nuevamente, esta sección está dividida en cuatro partes. La selección y tratamiento de los datos se comenta en el primer apartado. En el segundo se ofrecen los resultados de la especificación, estimación y diagnóstico del modelo VARMA. En el tercero se exponen los del análisis canónico, identificándose los factores comunes no estacionarios y las diversas relaciones de cointegración presentes en el sistema. La estimación de los elementos transitorios se efectúa en el cuarto, junto con un análisis de las volatilidades y co-movimientos. El estudio termina con una sección de conclusiones.

## **2. METODOLOGIA ESTADISTICA**

La metodología estadística empleada en este trabajo consta de tres etapas. En la primera, se especifica, estima y diagnostica un modelo VARMA que permita representar las interacciones dinámicas entre las series de forma parsimoniosa. Tomando dicho modelo como punto de partida, en la segunda etapa se realiza un análisis canónico orientado a la identificación de factores comunes no estacionarios y a la detección de posibles relaciones de cointegración. Finalmente, la tercera etapa consiste en una factorización del operador VAR de manera que sea posible efectuar una descomposición de las series observadas en sus componentes permanente y transitorio. De esta manera, se obtiene una estimación de la señal cíclica de cada serie representada por las desviaciones estacionarias a las tendencias comunes que gobiernan el sistema. A continuación se expone con más detalle cada una de las tres etapas.

### **2.1. Modelización VARMA. Especificación mediante correlaciones canónicas**

Sea  $Z_t = (z_{1t}, \dots, z_{kt})'$  una serie temporal múltiple de dimensión  $k$  cuya evolución está caracterizada por un modelo vectorial autorregresivo y de medias móviles (VARMA):

$$(1) \quad \Phi(B) Z_t = \Theta(B) a_t$$

donde  $\Phi(B) = (I - \Phi_1 B - \dots - \Phi_p B^p)$  y  $\Theta(B) = (I - \Theta_1 B - \dots - \Theta_q B^q)$  son polinomios matriciales de órdenes finitos  $p$  y  $q$ , respectivamente.  $B$  es el operador de desfase, tal que  $BZ_t = Z_{t-1}$  y  $a_t = (a_{1t}, \dots, a_{kt})'$  es un vector de perturbaciones de tipo ruido blanco con vector medias nulo y matriz de varianzas y covarianzas  $\Sigma_a$ . Esta matriz es definida positiva y, en general, no es diagonal.

Adicionalmente, se asume que todas las raíces de los polinomios determinantes  $|\Phi(B)|$  y  $|\Theta(B)|$  se encuentran fuera o sobre el círculo de radio unitario. Si  $|\Phi(1)| \neq 0$  se considera que  $Z_t$  es estacionaria y si  $|\Theta(1)| \neq 0$  se dice que  $Z_t$  es invertible. Estos modelos se encuentran expuestos y analizados en Tiao *et al.* (1979), Tiao y Box (1981), Tiao y Tsay (1983), Lütkepohl (1991) y Reinsel (1993), entre otros.

La modelización VARMA empleada en este trabajo utiliza el ciclo adaptativo de especificación, estimación y diagnóstico propuesto en Tiao y Box (1981), que extienden al caso multivariante la conocida metodología de Box y Jenkins (1976) del análisis univariante de series temporales. En particular, la etapa de especificación se sustenta, de forma fundamental aunque no exclusiva, en el análisis de correlaciones canónicas propuesto por Tsay y Tiao (1985), y la estimación en el método de máxima verosimilitud descrito en Hillmer y Tiao (1979).

Existe una forma de examinar la estructura de dependencia estocástica de un vector de series temporales por medio del análisis de correlaciones canónicas. Esta posibilidad ha sido analizada por Akaike (1976), Cooper y Wood (1982), Tsay y Tiao (1985), Tiao y Tsay (1985, 1989), Tsay (1989a, 1989b) y Ray y Tsay (1997), entre otros. A continuación se expone el método propuesto por Tsay y Tiao (1985), que puede aplicarse de forma indistinta a una serie temporal univariante o vectorial, tanto si es estacionaria como si no lo es.

En primer lugar, se define un vector ampliado formado por  $Z_t$  y sus valores desfasados hasta el retardo  $m$ :

$$(2) \quad Y_{m,t} = (Z_t, Z_{t-1}, \dots, Z_{t-m})'$$

A continuación, se realiza un análisis de correlaciones canónicas entre  $Y_{m,t}$  e  $Y_{m,t-j}$  para distintos valores de  $m$  y de  $j$ . Dicho análisis descansa en el examen de los autovalores de la siguiente matriz:

$$(3) \quad A(m,j) = \Gamma(m,0)^{-1} \Gamma(m,j+1)' \Gamma(m,0)^{-1} \Gamma(m,j+1)$$

siendo  $\Gamma(m,j) = E(Y_{m,t} Y_{m,t-j}')$ . Utilizando el menor autovalor de  $A(m,j)$ , que se designará por  $\lambda(m,j)$ , se obtiene la siguiente condición:

$$(4) \quad \begin{aligned} \lambda(p-1,j) &\neq 0 \text{ si } p \geq 1 \text{ y } j \geq \max(0, q-1) \\ \lambda(m, q-1) &\neq 0 \text{ si } q \geq 1 \text{ y } m \geq \max(0, p-1) \\ \lambda(m,j) &= 0 \text{ si } m \geq p \text{ y } j \geq q \end{aligned}$$

De esta manera, el vértice superior izquierdo de una submatriz de ceros en  $\lambda(m,j)$  con  $m,j=0, 1, \dots$  indica, tentativamente, el orden apropiado de  $p$  y  $q$ .

La aplicación de este procedimiento requiere estimar  $A(m,j)$  de forma consistente. Para ello se estima  $\Gamma(m,j+1)$  mediante las correspondientes matrices de covarianzas cruzadas muestrales. Tsay y Tiao (1985) proponen el siguiente estadístico para identificar tentativamente el orden del modelo:

$$(5) \quad r(m, j) = -(n - m - j) \ln \left[ 1 - (\hat{\lambda}(m, j) / d(m, j)) \right]$$

donde  $d(m,j)$  es  $(n-m-j)$  veces la varianza muestral de la función de autocorrelación simple, evaluada en el retardo  $j$ , de la serie resultante de filtrar  $Z_t$  con un modelo VAR( $m$ ), cuyos coeficientes son los autovectores normalizados de  $A(m,j)$  asociados a  $\lambda(m,j)$ , consistentemente estimados. El término  $d(m,j)$  trata de corregir el efecto de la presencia de estructuras VMA en la varianza de  $\lambda(m,j)$ . Finalmente,  $n$  es el número de observaciones efectivamente empleadas en la estimación.

Una vez especificado y estimado el modelo (1) hay que examinar la idoneidad del mismo y, si ésta no es satisfactoria, diagnosticar las anomalías y reiniciar el ciclo hasta obtener una representación aceptable de las series en términos de la parametrización expresada en (1). En particular, se comprueba que las propiedades estadísticas de las innovaciones estimadas (los residuos) se comportan de forma congruente con las de un ruido blanco multivariante.

## 2.2. Análisis canónico. Cointegración

Una vez especificado, estimado y diagnosticado un modelo VARMA para las series de interés es posible aplicar distintas técnicas de análisis estructural que faciliten y amplíen la comprensión de las interacciones dinámicas estimadas a través del modelo VARMA. Una de estas técnicas es el análisis canónico de Box y Tiao (1977).

Dicho análisis permite estimar  $k$  variables  $U_t$  contemporáneamente incorrelacionadas mediante una transformación lineal de las series observadas:

$$(6) \quad U_t = M Z_t$$

Las filas de la matriz  $M$  que permite obtener los componentes canónicos, son los autovectores asociados a los autovalores ordenados de la matriz siguiente:

$$(7) \quad Q = \Gamma_Z^{-1} \Gamma_Z(1) = I - \Gamma_Z^{-1} \Sigma_a$$

donde  $\Gamma_Z$ ,  $\Gamma_Z(1)$  y  $\Sigma_a$  son, respectivamente, las matrices de varianzas y covarianzas de  $Z_t$ , del predictor de error cuadrático medio mínimo de  $Z_{t+1}$  obtenido con información hasta  $t$  mediante el modelo (1), y de las innovaciones  $a_t$  de dicho modelo.

La matriz  $Q$  es el análogo multivariante del coeficiente de determinación  $R^2$  del análisis de regresión. En consecuencia, sus autovalores  $0 \leq \lambda_1 \leq \dots \leq \lambda_k \leq 1$  miden el grado de predecibilidad de las variables canónicas que se forman a partir de los correspondientes autovectores. Así, cuanto mayor (menor) es  $\lambda_i$  más precisa (imprecisa) resulta la predicción de  $u_{it}$ . Como indican Tiao *et al.* (1993), el análisis propuesto por Box y Tiao equivale a un análisis de correlaciones canónicas entre  $Z_t$  y  $Z_t(1)$ , siendo este último el predictor óptimo (en sentido ECM) de  $Z_{t+1}$ .

Como señalan Peña (1990) y Ray y Tsay (1997), los componentes canónicos asociados a los autovalores unitarios de la matriz  $Q$  representan factores comunes no estacionarios subyacentes a las series observadas. Análogamente, los componentes vinculados a los autovalores nulos permiten caracterizar las relaciones de cointegración presentes en el sistema.

De esta manera, el análisis canónico permite identificar y estimar factores comunes y relaciones de cointegración simultáneamente, basándose en una modelización explícita y parsimoniosa de los datos. La superioridad del método de Box y Tiao (1977) frente al de Johansen (1988) en la identificación de las relaciones de cointegración es materia controvertida. Así, mediante experimentos de Monte Carlo, Bewley *et al.* (1994) y Bewley y Yang (1995) se inclinan por el primero mientras que Gonzalo (1994), empleando también simulaciones de Monte Carlo, recomienda el segundo.

### 2.3. Factorización del operador VAR

Como ya se ha comentado, si  $|\Phi(1)| = 0$  el modelo VARMA representado en (1) no será estacionario. Si el número de raíces unitarias,  $r$ , es menor que el de series que integran el sistema,  $k$ , se plantea la posibilidad de factorizar el operador VAR del modelo (1) según:

$$(8) \quad \Phi(B) = \vartheta(B) T(B) = \vartheta(B) (I - T B)$$

donde  $\vartheta(B)$  y  $T(B)$  son operadores matriciales de órdenes  $p-1$  y  $1$ , respectivamente. Asimismo, se verifica que  $|\vartheta(1)| \neq 0$  y  $|T(1)| = 0$ . De esta manera, todas las raíces estacionarias se encuentran en  $\vartheta(B)$  y las unitarias están en  $T(B)$ .

Esta factorización, sugerida en Stensholt y Tjostheim (1981) y Tjostheim y Paulsen (1982), permite representar de forma separada las interacciones estacionarias (por medio de  $\vartheta(B)$ ) y las no estacionarias (a través de  $T(B)$ ). Como demuestran estos autores, esta factorización siempre es posible, no es única y el número de combinaciones es finito.

Particularmente interesante es la interpretación de  $T(B)$  como un operador de diferenciación multivariante generalizado, basado en las  $r$  raíces unitarias comunes del sistema. De esta manera, las series filtradas  $W_t = T(B) Z_t$  serán estacionarias y representarán las desviaciones de los componentes  $z_{it}$  respecto a sus factores no estacionarios comunes. Este procedimiento evita el riesgo de sobreparametrización que usualmente se produce al inducir estacionariedad en las series  $z_{it}$  mediante la diferenciación propia de sus representaciones ARIMA univariantes. Esta sobreparametrización suele tener efectos adversos sobre la estimación y el análisis del modelo VARMA, véase Box y Tiao (1977) y Hillmer y Tiao (1979), entre otros.

En este trabajo se adopta la sugerencia de Reinsel (1993) de estimar  $T$  a partir de la transformación de factores no estacionarios en variables observadas. La representación utilizada es la sugerida por el análisis canónico antes expuesto. En particular:

$$(9) \quad T = M_r' M_r$$

donde  $M_r$  es una matriz de dimensión  $r \times k$  cuyas filas son los autovectores asociados a los  $r$  autovalores unitarios detectados en el análisis canónico.

Una vez obtenidas las series filtradas  $W_t$ , resulta inmediato estimar el componente permanente de  $Z_t$  como  $P_t = Z_t - W_t = T Z_{t-1}$ . Finalmente, el operador  $\vartheta(B)$  se obtiene estimando por máxima verosimilitud exacta el modelo siguiente:

$$(10) \quad \vartheta(B) W_t = \Theta(B) a_t$$

Debe señalarse que este procedimiento equivale a una estimación en dos etapas de un modelo VARMA de corrección de error, cuya expresión completa es:

$$(11) \quad \vartheta(B) (I - T B) Z_t = \Theta(B) a_t$$

En la expresión anterior  $\vartheta(B)$  y  $\Theta(B)$  recogen la dinámica de corto plazo propia de las desviaciones estacionarias respecto a los componentes permanentes (no estacionarios) comunes, caracterizados por la matriz  $T$ . La representación (7) conduce a una descomposición de la forma:

$$(12) \quad Z_t = P_t + \Xi(B) a_t$$

siendo  $\Xi(B) = \vartheta(B)^{-1} \Theta(B)$  y verificándose  $|\Xi(1)| \neq 0$ .

### 3. RESULTADOS EMPIRICOS

A continuación se expone la aplicación de la metodología presentada en la segunda sección a las series seleccionadas. En primer lugar, se comentan las fuentes estadísticas empleadas. A partir de ese momento, la exposición sigue el mismo esquema empleado para describir la metodología estadística. Todos los cálculos han sido realizados con los programas SCA (Liu y Hudak, 1995), Matlab (MathWorks, 1998) y SAS (SAS, 1991)<sup>2</sup>.

#### 3.1. Datos

Dado el objetivo de este trabajo, se han seleccionado cinco índices mensuales de precios ampliamente utilizados en el análisis de la coyuntura para examinar el estado inflacionario de la economía española. Se trata de los índices de precios de consumo (IPC), industriales (IPRI), percibidos por los agricultores (IPPA) así como los índices de valor unitario de los bienes importados (IVUM) y exportados (IVUX).

Con el fin de examinar un período muestral amplio pero lo más homogéneo posible, las series de crecimientos interanuales comienzan en 1979:01 y terminan en 1998:08. Existe evidencia empírica (Ayuso *et al.*, 1998) que sugiere esta selección de fechas al considerar que existe un cambio de régimen en el comportamiento de la inflación en la economía española fechado en torno a 1977.

La selección del IPC es inexcusable. El análisis de la inflación en España se basa, esencialmente, en esta serie. El carácter final de los bienes y servicios que integran su cesta, la frecuencia de sus tomas de datos y la prontitud en su publicación han consagrado al IPC como el indicador por excelencia de los precios. Existe evidencia empírica (Quilis, 1994) que sugiere utilizar el IPC no energético como medida del estado inflacionario básico pero, dado el escaso peso del componente excluido (en torno al 7 por ciento) se ha considerado que el índice general constituye una adecuada aproximación.

La inclusión del IPRI trata de recoger los aspectos relacionados con la evolución de los precios de origen industrial, tanto por su relevancia propia como por sus posibles efectos en los precios finales y de los bienes exportados. Análogamente, el IPPA representa el comportamiento de los precios de origen agrario, complementando de esta manera al IPRI y permitiendo la inclusión de su influencia en las restantes series, sobre todo IPC, IPRI e IVUX. Cancelo (1989) y Cano *et al.* (1991) realizan un análisis desagregado del IPPA y Quilis *et al.* (1992) del IPRI.

La evolución de los precios de los bienes importados, expresados en moneda nacional, es un elemento importante que condiciona el comportamiento de los precios interiores. De ahí surge la necesidad de incluir el Índice de Valor Unitario de las importaciones de bienes (IVUM) con el fin de representar adecuadamente los *shocks* nominales que recibe la economía española, originados bien en los tipos de

---

<sup>2</sup> Tanto las series utilizadas como los resultados intermedios están disponibles solicitándolos a los autores.

cambio bien en los propios precios exteriores. Asimismo, para completar la selección efectuada y con el fin de apreciar las condiciones de precios relativos de nuestra economía frente a los del resto el mundo, se ha incluido también el Índice de Valor Unitario de las exportaciones de bienes (IVUX). Referencias acerca de ambos índices se encuentran en Peña y Aguado (1994) y Carmena (1996).

Las observaciones anómalas detectadas en las series han sido corregidas mediante el programa TRAMO (Gómez y Maravall, 1996) y las series resultantes han sido expresadas como tasas porcentuales de variación interanual. Los resultados del análisis univariante efectuado por TRAMO se exponen y analizan en el apéndice A. Con el fin de no recargar la notación,  $Z = (IPC, IPRI, IPPA, IVUM, IVUX)'$  representa las citadas tasas de variación y no los niveles de las series. Por último, todos los indicadores han sido obtenidos de la base de datos Tempus del INE.

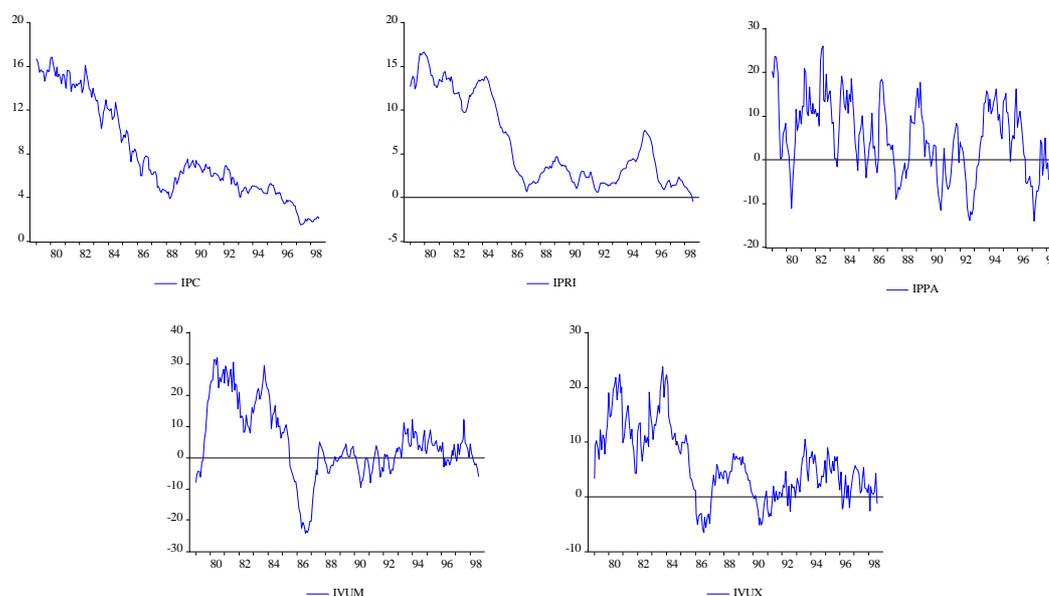
El empleo de las tasas interanuales de variación merece algunas puntualizaciones. En primer lugar, debido a la propia definición de la inflación como un aumento sostenido del nivel general de precios, el uso de alguna medida de crecimiento resulta inevitable. En consecuencia, las series que se desean analizar han de ser necesariamente objetos de un tratamiento preliminar que, en este caso, es un filtrado. En segundo lugar, la tasa interanual aparece como un candidato bastante razonable para expresar dicho crecimiento ya que reduce sustancialmente la información de tipo estacional y amplifica la banda cíclica. Naturalmente, no todo son ventajas: la tasa interanual también amplifica la señal irregular por lo que ha de ser complementada con filtros suavizadores o aplicada sobre series de tendencia para que su aplicación en el análisis (univariante) de la coyuntura sea fructífera. Una exposición detallada de las propiedades de la tasa interanual se encuentra en Melis (1991), Espasa y Cancelo (1993, 1994) y Cristóbal y Quilis (1995), entre otros. Por estas razones, en este trabajo las series de partida son los crecimientos interanuales (sin suavizar) de los indicadores corregidos de los efectos de las observaciones atípicas.

Otro aspecto importante es el referido a las raíces unitarias. En este estudio, la detección de tales raíces tanto en la frecuencia cero (tendencia) como en  $2\pi j/12$  con  $j=1..6$  (estacionalidad) está basada sobre la modelización ARIMA univariante que realiza el programa TRAMO. Este procedimiento es más general y robusto que el empleado por el contraste de Hylleberg *et al.* (1990), ya que el modelo utilizado es más general (ARMA frente a AR) e incorpora de forma explícita la presencia de las observaciones atípicas en el proceso de detección.

### **3.2. Un modelo ARMA vectorial: especificación, estimación y diagnóstico**

En el gráfico 1 se encuentran representadas las tasas interanuales de los indicadores considerados en este trabajo. Destaca la presencia de una clara señal tendencial en las series correspondientes al IPC, al IPRI y, en menor medida, a los dos IVU. Asimismo, el componente irregular es particularmente manifiesto en los precios agrícolas (IPPA).

Gráfico 1: Tasas interanuales



El análisis univariante preliminar expuesto en el apéndice A sugiere que la modelización de las series consideradas deberá tener en cuenta la presencia de información de carácter estacional. En consecuencia, se ha optado por utilizar un modelo VARMA estacional de tipo multiplicativo. Esta clase de especificación tiene dos ventajas frente a la aditiva: ofrece una representación más parsimoniosa y facilita sensiblemente el proceso de estimación por máxima verosimilitud exacta.

La identificación de un modelo VARMA para estas series se efectúa en dos etapas. En la primera se determina la estructura de la parte regular mediante el análisis de correlaciones canónicas anteriormente expuesto. En la segunda etapa, dicha estructura es estimada por máxima verosimilitud condicionada, sirviendo los residuos para especificar la correspondiente parte estacional del modelo, mediante el examen de las matrices de correlaciones cruzadas de los mismos. Finalmente, el modelo multiplicativo completo es estimado por máxima verosimilitud exacta y sometido a diversos contrastes con el fin de asegurar su compatibilidad con la información muestral. Naturalmente, si existe alguna señal de falta de adecuación a la muestra, se vuelve a especificar el modelo en la dirección sugerida por el análisis anterior, reiniciándose el ciclo de especificación, estimación y diagnóstico.

Debe señalarse que los modelos VARMA estacionales plantean problemas especiales que no están resueltos de forma completa, véase Tiao *et al.* (1979) y Reinsel (1993). La especificación bietápica empleada otorga prioridad a la identificación de la parte regular, incorporando de esta manera la información disponible del análisis univariante preliminar que muestra que la estructura estacional posee un carácter cuantitativamente secundario. Naturalmente, este esquema está especialmente adaptado al tipo de datos que aquí se consideran (tasas interanuales de variación). Un enfoque más general podría consistir en una extensión multivariante de los métodos de identificación automática propuestos por Liu (1993) o

Gómez (1994). De esta manera, el tratamiento de las partes regular y estacional del modelo VARMA sería más simétrico.

Como se aprecia en la tabla 1, el análisis de correlaciones canónicas de Tsay y Tiao (1985) sugiere un modelo VARMA(2,1) para la parte regular. Este análisis gira en torno al valor del estadístico  $r(m,j)$  presentado en la expresión (5). La propiedad más relevante de este estadístico es que si una serie sigue un modelo ARMA(p,q), entonces  $r(m,j)$  tiende a distribuirse de acuerdo a una  $\chi^2$  con un grado de libertad, si  $m=p$  y  $j \geq q$  o si  $m \geq p$  y  $j=q$ . Utilizando esta propiedad, se forma una tabla llamada "SCAN" (*Smallest Canonical Correlation*) que recoge los valores de  $r(m,j)$  para distintos valores de  $m$  y  $j$ . En la tabla 1 se muestran los valores de  $r(m,j)$  normalizados respecto al valor crítico, al uno por ciento de significación, de una  $\chi^2$  con un grado de libertad.

Tabla 1: Análisis de correlaciones canónicas SCAN aplicado a las series observadas  $Z_t$

		j						
		0	1	2	3	4	5	6
m	0	<b>62.85</b>	<b>7.49</b>	<b>3.69</b>	<b>2.37</b>	<b>1.66</b>	<b>1.29</b>	<b>1.05</b>
	1	<b>3.33</b>	<b>1.03</b>	<b>1.00</b>	<b>1.39</b>	<b>1.16</b>	0.34	0.88
	2	0.90	0.52	0.59	0.43	0.61	0.53	0.47
	3	<b>1.00</b>	0.57	0.47	0.36	0.35	0.26	0.21
	4	<b>1.60</b>	0.56	0.44	0.35	0.28	0.21	0.19
	5	<b>1.61</b>	0.62	0.32	0.34	0.21	0.21	0.20
	6	0.78	0.55	0.25	0.20	0.21	0.28	0.24

El examen de las matrices de correlaciones cruzadas extendidas (Tiao y Tsay, 1983) revela la misma pauta que el análisis SCAN. Asimismo, el análisis de las matrices de autorregresiones parciales y de las matrices de correlaciones cruzadas (Tiao y Box, 1981) se muestra congruente con esta identificación tentativa.

Como puede observarse en la tabla 2, las matrices de correlaciones cruzadas de los residuos del modelo VARMA(2,1), estimado por máxima verosimilitud condicionada, sugieren la presencia de un componente VMA(1) estacional.



Tabla 3: Estimación del modelo VARMA(2,1)(0,1)<sub>12</sub> por máxima verosimilitud exacta

	Estimación					Desviación típica					Autovalores	
$\Phi_1$	0.408	0.199	-0.038	0.055	0.028	0.274	0.125	0.118	0.071	0.055	-0.3112	
	0.154	1.114	-0.530	0.370	0.323	1.433	0.525	0.193	0.121	0.110	0.5310	
	2.012	1.379	-0.822	0.744	0.558	2.980	1.554	0.146	0.116	0.174	0.7388	
	0.811	2.843	0.066	0.634	-0.135	2.055	0.744	0.742	0.466	0.411	-0.8018	
	1.598	-0.031	-3.066	1.839	1.326	7.805	2.838	0.318	0.241	0.376	0.8448	
$\Phi_2$	0.584	-0.200	0.032	-0.053	-0.027	0.274	0.118	0.103	0.074	0.030	-0.6471-0.5449i	
	-0.156	-0.210	0.466	-0.382	-0.156	1.429	0.495	0.169	0.126	0.080	-0.6471+0.5449i	
	-2.108	-1.190	1.431	-0.808	-0.199	2.977	1.476	0.139	0.126	0.183	0.9799-0.0152i	
	-0.831	-2.566	-0.127	0.356	-0.051	2.055	0.694	0.648	0.486	0.241	0.9799+0.0152i	
	-1.671	0.183	2.678	-1.868	-0.012	7.782	2.674	0.298	0.253	0.355	0.9929	
$\Theta_1$	-0.643	0.036	-0.046	0.065	0.007	0.268	0.098	0.117	0.072	0.058	-0.0213	
	-0.021	-0.625	-0.521	0.366	0.305	1.435	0.527	0.192	0.121	0.110	-0.3415	
	1.278	0.673	-1.686	0.820	0.310	2.922	1.126		0.119	0.166	-0.6627-0.5963i	
	-0.296	1.743	0.109	-0.244	-0.375	2.067	0.812	0.740	0.473	0.419	-0.6627+0.5963i	
	1.307	-0.620	-3.063	1.786	0.616	7.796	2.876	0.316	0.243	0.378	-0.8937	
$\Theta_{12}$	0.714	-0.106	0.010	-0.007	0.018	0.054	0.097	0.006	0.009	0.012	0.5445	
	-0.029	1.000	-0.007	-0.003	0.031	0.028	0.044	0.003	0.005	0.007	0.7570	
	0.719	-0.523	0.618	-0.027	-0.024	0.480	0.824	0.054	0.078	0.108	0.9320-0.1325i	
	-0.296	-1.206	-0.025	0.952	0.081	0.298	0.499	0.032	0.047	0.064	0.9320+0.1325i	
	0.319	-0.922	-0.087	-0.019	0.879	0.199	0.346	0.023	0.034	0.044	0.9976	
$\Sigma_a \setminus P_a$	0.139	0.180	0.360	0.120	-0.060						0.0317	0.4894
	0.012	0.045	0.140	0.240	0.130						0.1067	0.7286
	0.441	0.073	10.939	-0.050	0.040	---					2.3354	0.8893
	0.110	0.126	-0.513	5.647	0.280						5.6292	1.2453
	-0.036	0.045	0.171	1.080	2.883						10.2749	1.6473

En la tabla anterior  $\Sigma_a$  y  $P_a$  denotan, respectivamente, las matrices de covarianzas y de correlaciones de los residuos. Los autovalores asociados a las matrices  $\Phi_1$  y  $\Phi_2$  se corresponden con los de la matriz de acompañamiento del operador VAR:

$$\begin{bmatrix} \Phi_1 & \Phi_2 \\ I & 0 \end{bmatrix}$$

Siguiendo las recomendaciones de Hillmer y Tiao (1979) y de Liu y Hudak (1995), la estimación por máxima verosimilitud exacta adopta como condiciones iniciales las proporcionadas por la correspondiente estimación condicionada, con el fin de facilitar el funcionamiento del algoritmo de optimización no lineal.

Los principales rasgos contenidos en la tabla anterior son:

1. La presencia de dos raíces prácticamente unitarias en el operador VAR ( $r=2$ ), que confirma el carácter no estacionario conjunto de las series consideradas.

2. Como el número de raíces unitarias es menor que el de variables, posiblemente existen tres relaciones de cointegración en el sistema, esto es, tres combinaciones lineales de las series observadas que sí son estacionarias.
3. La representación estimada no es invertible, debido a la estructura latente de la matriz  $\Theta_{12}$ . Este hecho refuerza la conveniencia de emplear modelos VARMA frente a los VAR, así como el uso del método de máxima verosimilitud exacta frente al condicionado (Hillmer y Tiao, 1979).
4. La estimación de la matriz  $\Sigma_a$  de varianzas y covarianzas de las innovaciones indica una pauta de interacción contemporánea positiva y de intensidad moderada.

El análisis detallado de los residuos no revela inadecuación del modelo a la muestra, como indican las correspondientes matrices de correlaciones cruzadas (tabla 4) y el análisis SCAN de los residuos (tabla 5).

Tabla 4: Matrices de correlaciones cruzadas de los residuos  
Modelo VARMA (2,1)(0,1)<sub>12</sub>

1	2	3	4	5	6
. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
. . . . .	. . . . .	. . . . .	- . . . .	. . . . .	. . . . . +
. . . . .	. . . . .	. . . . .	- . . . .	. . . . .	. . . . .
. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
. . . . .	. . . + .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
7	8	9	10	11	12
. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
. . . . .	. . . - .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . + .	. . . . .	. . . . .
13	14	15	16	17	18
. . . . .	. . . + .	. . . . .	. . . + .	. + . + .	. . . . .
. . . . .	+ . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . + .
. . . . .	. . . . .	. . + . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
19	20	21	22	23	24
. . . . .	. . . + .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . + .	. . . . .
. . + . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .

Los valores de los coeficientes estadísticamente significativos de la tabla anterior no sugieren una pauta discernible de concentración ni en los retardos ni en las variables y, adicionalmente, sus valores absolutos son reducidos (siempre inferiores a 0.18). Tan sólo se observa un predominio de las asociaciones positivas frente a las negativas que pudiera estar relacionado con la forma de la distribución de los residuos que se comenta más adelante. El análisis SCAN tampoco revela indicios de estructura sistemática en los residuos, como se aprecia en la tabla siguiente.

Tabla 5: Análisis de correlaciones canónicas SCAN de los residuos  
Modelo VARMA (2,1)(0,1)<sub>12</sub>

		j						
		0	1	2	3	4	5	6
m	0	0.32	0.43	0.36	0.87	0.56	0.62	0.55
	1	0.43	0.10	0.13	0.26	0.30	0.25	0.38
	2	0.37	0.14	0.14	0.23	0.20	0.21	0.16
	3	0.99	0.31	0.27	0.18	0.18	0.11	0.14
	4	0.59	0.35	0.22	0.18	0.13	0.13	0.19
	5	0.80	0.31	0.20	0.14	0.15	0.16	0.18
	6	0.80	0.57	0.25	0.23	0.21	0.20	0.13

Finalmente, ni el estadístico de razón de verosimilitudes propuesto por Tiao y Box (1981) ni el de autocorrelación multivariante sugerido por Hosking (1980) indican la presencia de estructuras serialmente correlacionadas en los residuos. La expresión correspondiente al primero de ellos es:

$$(14) \quad M(h) = -(n - 1/2 - kh) \ln \left[ \frac{|e'_h e_h|}{|e'_{h-1} e_{h-1}|} \right]$$

donde  $e_h$  son los residuos de un modelo VAR de orden  $h$  y  $n$  es el número de observaciones efectivamente empleadas en la estimación. Bajo la hipótesis nula de que el vector de series obedece a un modelo VAR(h),  $M(h)$  se distribuye como una  $\chi^2$  con  $k^2$  grados de libertad. Los valores correspondientes de  $M(h)$  se presentan en la tabla siguiente:

Tabla 6: Contraste de autocorrelación multivariante de los residuos  
Modelo VARMA (2,1)(0,1)<sub>12</sub>

		h					
		1	2	3	4	5	6
M(h)		14.36	18.50	14.56	39.23	21.86	30.56

Por su parte, el contraste *portmanteau* de Hosking emplea el estadístico siguiente:

$$(15) \quad H(h) = n^2 \sum_{j=1}^h (n-j)^{-1} \text{tr} \left[ \Gamma_e(j)' \Sigma_e^{-1} \Gamma_e(j) \Sigma_e^{-1} \right]$$

Donde  $\Gamma_e(j)$  y  $\Sigma_e$  son, respectivamente, las matrices de varianzas y covarianzas cruzadas de los residuos evaluadas en los retardos  $j$  y cero. Bajo la hipótesis nula de que el vector de residuos es ruido blanco multivariante,  $H(h)$  se distribuye como una  $\chi^2$  con  $k^2(h-p-q)$  grados de libertad. Los valores de este

estadístico son 77.51, para  $h=12$ , y 154.78, para  $h=24$ , plenamente compatibles con la citada hipótesis nula.

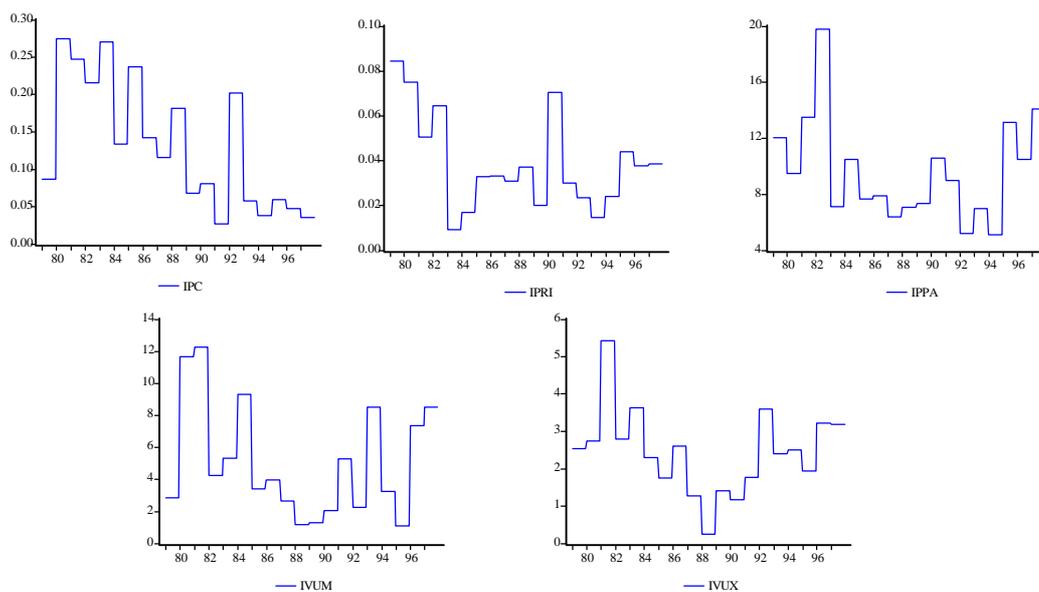
El análisis univariante de los residuos indica la presencia de distribuciones leptocúrticas en grados diversos, así como la ausencia de normalidad en el caso de los residuos del IPC y del IPRI, a tenor de los valores adoptados por el estadístico de Jarque y Bera. Asimismo, hay que añadir una cierta asimetría positiva en el caso del IPRI y negativa en el de IVUM. Finalmente, los valores del t-ratio de la media,  $t(\mu)$ , no rechazan la hipótesis de que su valor es nulo. La tabla 7 muestra estos resultados.

Tabla 7: Contrastes de normalidad de los residuos  
Modelo VARMA (2,1)(0,1)<sub>12</sub>

	$t(\mu)$	Asimetría	Curtosis	Jarque-Bera
IPC	0.09	0.08	3.78	6.22
IPRI	0.13	0.33	4.38	22.87
IPPA	-0.10	0.18	3.27	1.98
IVUX	0.63	0.06	3.63	3.96
IVUM	0.24	-0.24	3.47	4.31

Todos estos fenómenos se deben, principalmente, a la falta de homogeneidad presente en la varianza de las innovaciones. En el gráfico 2 se muestra la varianza de los residuos calculada por tramos anuales, apreciándose su carácter manifiestamente evolutivo, sobre todo en el caso del IPC y del IPRI.

Gráfico 2: Varianza por tramos anuales de los residuos del modelo VARMA (2,1)(0,1)<sub>12</sub>



Una forma de caracterizar la heterocedasticidad de las innovaciones consistiría en realizar una modelización explícita de su volatilidad por medio de una extensión al caso multivariante del modelo GARCH (*Generalized AutoRegressive Conditional Heterokedasticity*) utilizado por Fiorentini y Maravall (1995). De esta forma, se representaría de una manera explícita este comportamiento evolutivo y podría examinarse su dependencia respecto a los niveles de inflación observados, véase Lorenzo y Ruiz (1997) sobre esta hipótesis y su tratamiento estadístico. Este análisis ampliado se reserva para un trabajo futuro.

### 3.2. Reducción de la dimensión: análisis canónico y factorial estático

Con el fin de alcanzar una comprensión más completa de la información contenida en los modelos multivariantes de series temporales, resulta conveniente realizar distintos análisis orientados a la reducción de la dimensión del sistema. Dichos análisis proporcionan información muy útil acerca de las complejas interacciones dinámicas existentes entre las series y pueden sugerir esquemas simplificadores de las mismas que facilitan la interpretación del modelo vectorial.

Siguiendo la propuesta de Tiao *et al.* (1993), se realiza un análisis canónico y otro factorial estático. El primero está orientado a la identificación de estructuras simplificadoras en las series observadas tomando como punto de partida el modelo VARMA que sintetiza sus interacciones dinámicas. El segundo consiste en un análisis factorial estático aplicado a los residuos del modelo VARMA con el propósito de detectar mecanismos subyacentes a las innovaciones que inciden en el sistema. De esta manera, la aplicación conjunta de estas dos técnicas permite simplificar tanto el *input* del sistema (las innovaciones) como su *output* (las series observadas).

La aplicación del análisis canónico expuesto en la sección anterior a las cinco series consideradas en este estudio genera los resultados contenidos en la siguiente tabla:

Tabla 8: Análisis canónico del modelo VARMA (2,1)(0,1)<sub>12</sub>

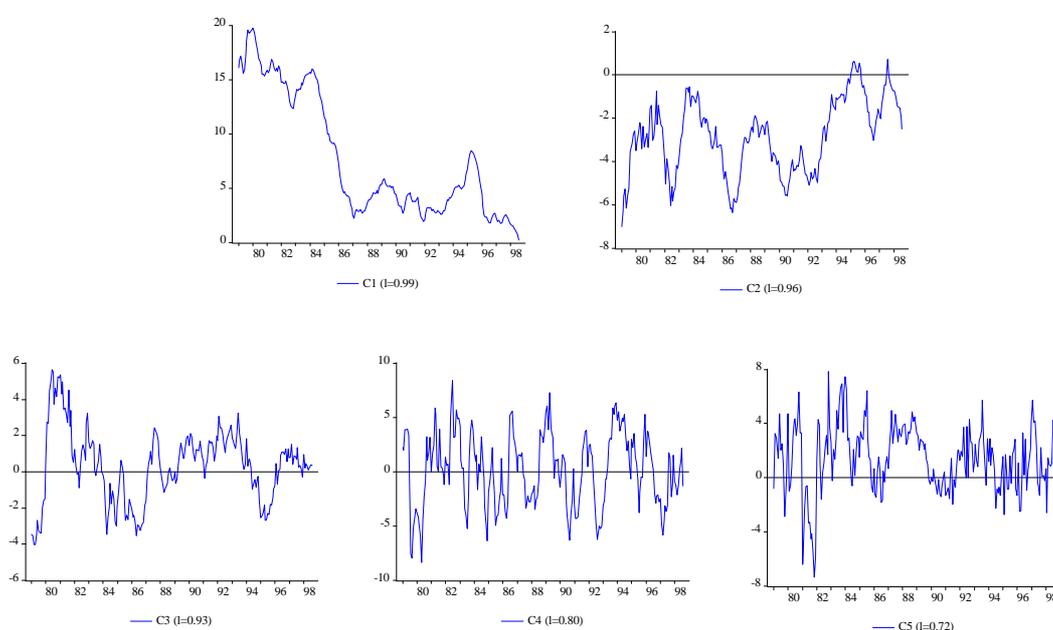
	Autovalores				
	0.9984	0.9625	0.9331	0.7956	0.7156
IPC	0.24	-0.85	0.54	0.24	0.19
IPRI	0.97	0.54	-0.82	-0.84	-0.52
IPPA	-0.01	0.03	-0.03	0.45	-0.09
IVUM	-0.01	0.07	0.19	0.06	-0.21
IVUX	0.00	0.00	0.03	0.15	0.80
ADF	-1.37	-1.93	-2.60	-3.85	-3.74
PP	-1.57	-2.07	-3.07	-4.75	-5.92

En la tabla 8 se presentan los t-ratios de los contrastes de raíces unitarias de Dickey y Fuller (ADF) y de Phillips-Perron (PP), aplicados a los correspondientes componentes canónicos. En este trabajo, el contraste ADF utiliza una regresión auxiliar que incluye una constante y doce términos desfasados. Por su

parte, el de PP emplea una corrección no paramétrica robusta frente a autocorrelación y heterocedasticidad. El retardo de truncamiento adoptado es cuatro. Véase Dickey y Fuller (1981), Said y Dickey (1984) y Phillips y Perron (1988) para una exposición detallada de ambos contrastes.

El uso de estos contrastes debe ser siempre cuidadoso, véase Schwert (1989), especialmente en el caso de variables transformadas, como es el que aquí se considera. No obstante, combinando la información que éstos proporcionan junto con los propios autovalores del análisis canónico y el examen de la estructura latente del operador VAR del modelo estimado, se puede considerar que existen dos componentes no estacionarios que reflejan las tendencias comunes de las series observadas y tres componentes estacionarios que condensan las relaciones de cointegración presentes en el sistema. En el gráfico 3 se muestran los componentes canónicos.

Gráfico 3: Componentes canónicos



La interpretación de los componentes canónicos no estacionarios es sencilla. El primero,  $C_1$ , representa la tendencia común del vector de series analizado, determinada por el comportamiento del IPRI y, en menor medida, del IPC. Las restantes series no juegan un papel significativo en la determinación de esta tendencia. Como se observa en el gráfico 3, su evolución recoge nítidamente el proceso de desinflación experimentado por la economía española así como sus diversas interrupciones temporales.

El segundo componente canónico,  $C_2$ , es un diferencial (ponderado) del IPRI respecto al IPC. El comportamiento de esta serie está marcado por una reducción tendencial de su valor absoluto que, dado su lento ritmo temporal, sustenta la noción de dualidad entre precios de consumo e industriales habitualmente considerada por los analistas de la coyuntura como un rasgo característico de la economía española, véase Raymond (1992) y Mauleón y Raymond (1993). Asimismo, las fluctuaciones que experimenta este diferencial son moderadamente procíclicas, a tenor de la correlación positiva (0.4) que registran con las tasas interanuales suavizadas del Índice de Producción Industrial (IPI).

La interpretación de los tres componentes canónicos estacionarios que, por su naturaleza, reflejan relaciones de cointegración, no resulta tan inmediata como en el caso de los no estacionarios. Así, los componentes tercero y cuarto son contrastes (ponderados) respecto al IPRI: IPC e IVUM en el primer caso e IPPA, IPC e IVUX en el segundo. La principal diferencia entre ellos radica en la mayor persistencia del primero y la mayor volatilidad del segundo.

Finalmente, el componente más estacionario del sistema,  $C_5$ , aparece como una síntesis de los dos diferenciales principales: IPC-IPRI e IVUX-IVUM. De esta manera, esta serie representa la evolución conjunta de los “márgenes” interior y exterior. Debe recalarse que los tres componentes estacionarios exhiben un patrón de elevada persistencia que indica que la velocidad de retorno del sistema a su senda de evolución tendencial es bastante reducida, esto es, que las desviaciones que se producen en las series respecto a su evolución tendencial son bastante duraderas.

En todos estos componentes la serie más relevante es el IPRI, tanto en la formulación de las tendencias comunes que gobiernan el sistema como en la representación de las diversas relaciones de cointegración que caracterizan, fundamentalmente, el comportamiento de las series en el corto plazo. Este papel sintético contrasta en buena medida con la relevancia que usualmente se concede al IPC en el análisis coyuntural y estructural de la inflación en España.

Una vez examinada la estructura subyacente de las series observadas mediante el análisis canónico, surge la pregunta: ¿es posible reducir la dimensión del proceso generador de las innovaciones?. Para contestar a esta cuestión se ha efectuado un análisis factorial estático de los residuos. Como se observa en la tabla 3, la matriz de correlaciones contemporáneas de los residuos,  $P_a$ , presenta dos autovalores dominantes que explican el 57.26 por ciento de la varianza conjunta, apareciendo el fenómeno de sedimentación a partir del tercer autovalor. Este hecho, usualmente, caracteriza la estructura latente del vector de series (Mardia *et al.*, 1979). De esta manera, se ha estimado por el método de los componentes principales un modelo bifactorial. En la tabla siguiente se muestra la matriz de cargas, rotada por el método Varimax-Kaiser, así como las distintas comunalidades.

Tabla 9: Análisis factorial estático de los residuos

	Cargas rotadas		Comunalidad
	Factor 1	Factor 2	
IPC	0.81	0.00	0.66
IPRI	0.38	0.55	0.45
IPPA	0.79	0.00	0.62
IVUM	0.00	0.79	0.62
IVUX	-0.13	0.71	0.52
Varianza explicada	28.68%	28.58%	

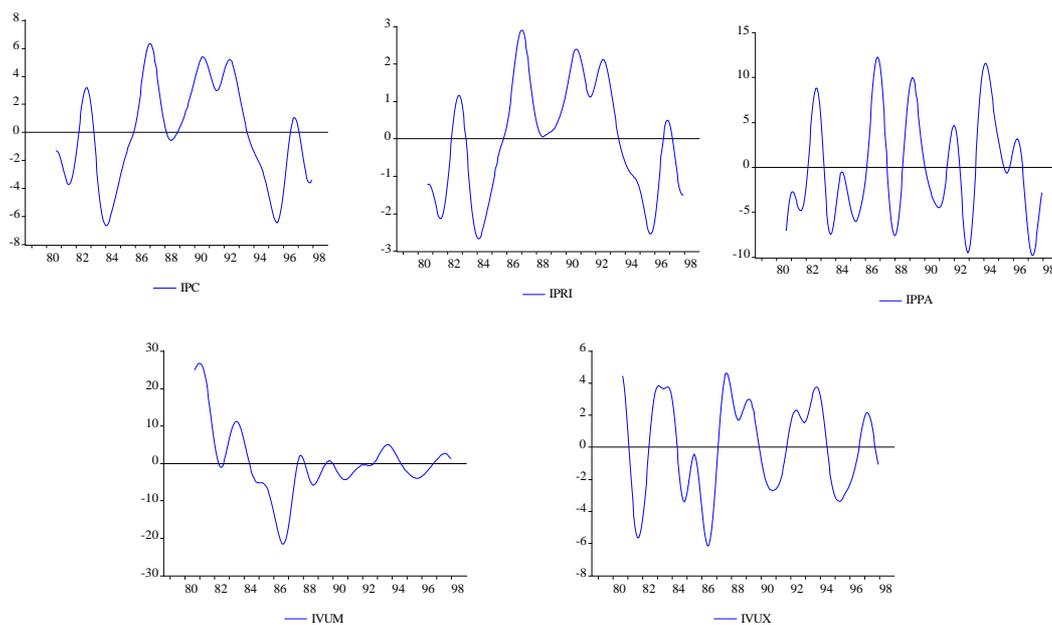
Estos resultados permiten identificar dos fuentes principales e independientes generadoras de los impulsos que inciden en el sistema. Por una parte, se detecta un factor común que afecta principalmente a las innovaciones inflacionarias del IPC y del IPPA. Por otra parte, el segundo factor aparece vinculado a los dos IVU. En consecuencia, se puede considerar que dichos factores recogen los *shocks* internos y externos, respectivamente. De nuevo, destaca el IPRI por su carácter sintético, ya que sus innovaciones dependen de ambos factores, especialmente del segundo. Este hecho refuerza la noción de dualidad antes comentada entre precios de consumo e industriales, al estar estos últimos vinculados con los condicionantes nominales externos de la economía española, propios de mercados de tamaño superior y, debido a su dimensión, con grados de competencia igualmente superiores.

### 3.3. Factorización del operador VAR: descomposición en elementos permanentes y transitorios

El modelo VARMA identificado y estimado, junto con el correspondiente análisis canónico, permite estimar los componentes cíclicos de las series consideradas. Como ya se ha explicado, dichos componentes se obtienen por medio de una diferenciación multivariante generalizada y representan desviaciones transitorias respecto a los factores tendenciales no estacionarios comunes.

En el gráfico 4 se muestran los componentes cíclicos así estimados. Dada la naturaleza de la descomposición efectuada, estas señales cíclicas están perturbadas por elementos irregulares, por lo que es preciso realizar un suavizado con el fin de apreciar correctamente su señal. Concretamente, se ha empleado un filtro autorregresivo de orden cinco diseñado desde el dominio de la frecuencia, siguiendo la propuesta de Melis (1991, 1992).

Gráfico 4: Componentes cíclicos



Debe señalarse que la descomposición obtenida para el IVU de las importaciones de bienes no es completamente satisfactoria, ya que se retiene una considerable cantidad de información de tipo tendencial. Este hecho puede deberse a una insuficiente identificación de esta serie con los factores comunes no estacionarios estimados, por lo que los resultados obtenidos con ella deben ser valorados con gran cautela. En la siguiente tabla se presentan algunas medidas descriptivas.

Tabla 10: Volatilidad y co-movimientos cíclicos

			Corr [IPC(t), Z <sub>i</sub> (t+h)]						
			h						
			-24	-12	-6	0	6	12	24
	$\sigma_i$	$\sigma_i/\sigma_{IPC}$							
IPC	3.52	1.00	0.05	0.35	0.76	1.00	0.76	0.35	0.05
IPRI	1.50	0.43	0.08	0.32	0.70	0.98	0.80	0.39	0.03
IPPA	5.76	1.63	-0.14	-0.09	0.23	0.24	-0.05	-0.07	0.27
IVUM	8.76	2.49	-0.23	-0.38	-0.52	-0.37	-0.03	0.16	0.15
IVUX	2.83	0.80	-0.01	-0.42	-0.29	0.10	0.41	0.44	0.24

Destaca, en primer lugar, la elevada conformidad entre los ciclos del IPC y los del IPRI. Por otra parte, el IPPA presenta una relación mucho menos intensa, con un adelanto de tres meses respecto al ciclo del IPC. Finalmente, la relación cíclica entre el IPC y los dos IVU resulta especialmente difícil de caracterizar debido a la falta de homogeneidad existente en la misma en el caso de IVUX y por la tendencia adicional presente en IVUM.

La relación dinámica existente entre el ciclo del IPC y el de los restantes indicadores también puede examinarse a partir de los desfases entre los puntos de giro (máximos y mínimos cíclicos) de cada par de series. La determinación de los puntos de giro es realizada por el programa <F>, aplicando una serie de rutinas de detección de máximos y mínimos locales sujetos a restricciones. El cálculo de los desfases entre dichos puntos de giro es efectuado por el programa <G> estableciendo una correspondencia entre los puntos de giro de ambas series mediante un criterio de distancia mínima. Véase Abad y Quilis (1997) para una descripción de ambos programas.

La siguiente tabla detalla los desfases (en meses) entre el IPC (tomado como serie de referencia) y las restantes series. Valores negativos (positivos) denotan adelanto (retraso) y un asterisco (\*) indica ausencia de correspondencia bidireccional entre los puntos de giro.

Tabla 11: Desfases entre los puntos de giro del IPC y de las restantes series

	MAXIMOS					Mediana	Rango Intercuartílico	
	82.10	87.01	90.08	92.05	96.10			
IPRI	0	0	1	2	1	1	1.5	
IPPA	-1	-2	-17	-4	-6	-4	10	
IVUM	9	10	-10	16	9	9	13.5	
IVUX	17	8	-17	0	5	5	21	
	MINIMOS							
	81.07	84.01	88.06	91.07	95.08	97.10		
IPRI	0	1	0	2	2	*	2	2
IPPA	2	-4	-5	-6	0	-6	-4.5	6
IVUM	11	*	3	-8	1	*	2	10.5
IVUX	2	10	1	-8	-4	*	1	12

Del análisis de la tabla anterior se desprenden los siguientes extremos:

1. El IPRI muestra una cronología cíclica conforme y coincidente con la del IPC, mostrando la distribución de desfases una dispersión muy reducida.
2. Los puntos de giro del IPPA exhiben un patrón sistemático de adelanto respecto a los del IPC. Su utilidad como predictor del ciclo del IPC se ve ensombrecida por la amplitud que muestra la distribución de los desfases y por cierta tendencia a generar falsas señales de cambio de fase cíclica.
3. La relación obtenida con el IVU de los bienes exportados es poco fiable debido a la elevada dispersión e inestabilidad de los desfases.
4. La imperfecta señal cíclica de IVUM junto con la dispersión de los desfases, hace que su papel como indicador de las fluctuaciones del IPC sea poco relevante.

#### 4. CONCLUSIONES

El análisis multivariante realizado sobre cinco indicadores del estado inflacionario de la economía española revela una serie de características principales que se resumen a continuación.

El esquema de movimientos conjuntos entre las cinco series puede ser representado por medio de dos tendencias comunes y tres relaciones de cointegración. Las primeras condensan el patrón no estacionario de los indicadores y se articulan en torno al IPRI y al IPC. Entre otras cosas, estos resultados avalan la noción de dualidad entre precios industriales y finales. En consecuencia, la evolución a largo plazo aparece dominada por factores de carácter interno.

Las relaciones de cointegración pueden interpretarse como diferenciales de distinta clase, jugando el IPRI un destacado papel en todos ellos. Estos diferenciales son estacionarios aunque muy persistentes, lo que puede describirse como un proceso de ajuste gradual de los precios relativos.

Por lo que se refiere a las innovaciones que inciden en el sistema destaca, en primer lugar, el carácter no homogéneo de las mismas debido a su varianza evolutiva. En especial, hay que señalar la menor volatilidad que registran las del IPC y las del IPRI a medida que transcurre el intervalo muestral. En segundo lugar, es posible reducir la dimensión del proceso que gobierna las innovaciones al detectarse dos factores ortogonales subyacentes que reflejan impulsos de carácter interno y externo. Esta nítida distinción en los orígenes de los *shocks* complementa de una manera muy significativa la descomposición antes señalada de las series realizada por medio del análisis canónico.

A partir de la factorización del operador VAR se obtienen los componentes transitorios o cíclicos de las series objeto de estudio. Tomando como referencia el ciclo del IPC, destaca la elevada conformidad que muestra el IPRI, el adelanto un tanto volátil del IPPA y la ausencia de una relación clara con los dos IVU.

#### APENDICE A: MODELIZACION ARIMA UNIVARIANTE

Se ha aplicado el programa TRAMO (Gómez y Maravall, 1996) para identificar de forma automática los correspondientes modelos ARIMA, detectar las posibles observaciones atípicas y corregir sus efectos en los niveles de las series. En los cinco casos, el modelo identificado para la parte estocástica es un caso particular del siguiente ARIMA (2,1,1)(0,1,1)<sub>12</sub>:

$$(A.1) \quad (1-\phi_1 B - \phi_2 B^2) \Delta \Delta_{12} T(z_t, \lambda) = (1-\theta_1 B) (1-\theta_{12} B^{12}) a_t$$

donde  $\Delta=(1-B)$  y  $\Delta_{12}=(1-B^{12})$  son los operadores de diferenciación regular y estacional, respectivamente;  $T(z_t, \lambda)$  es la transformación  $T(z_t, \lambda=0)=\ln(z_t)$  y  $T(z_t, \lambda=1)=z_t$  y  $a_t$  es una perturbación estocástica del tipo ruido blanco, con desviación típica  $\sigma_a$ . La siguiente tabla detalla los resultados de la estimación por máxima verosimilitud exacta, figurando bajo los parámetros estimados las correspondientes desviaciones típicas y siendo  $Q(h)$  el estadístico de Box y Ljung evaluado en el retardo  $h$ .

Tabla A.1: Modelos ARIMA

Serie	$\lambda$	$\phi_1$	$\phi_2$	$\theta_1$	$\theta_{12}$	$\sigma_a$	Q(12)	Q(24)
IPC	1	0.0000	0.0000	-0.1423 0.0653	0.5858 0.0584	0.0161	14.49	29.75
IPRI	1	0.7119 0.0639	0.0000	-0.1017 0.0851	0.8676 0.0601	0.0134	16.95	29.98
IPPA	0	0.0000	0.0000	-0.0875 0.0656	0.6419 0.0568	0.0021	12.55	24.38
IVUM	0	0.8326 0.1136	0.0888 0.0755	0.8109 0.0935	0.8114 0.0510	0.0016	11.50	29.36
IVUX	1	-0.2558 0.0641	0.0000	0.0000	0.8137 0.0490	0.1140	11.21	26.43

Los modelos presentados en la tabla anterior se completan mediante la incorporación de los efectos deterministas atribuibles a las observaciones anómalas. La expresión formal de dichos efectos, derivada del análisis de intervención (Box y Tiao, 1975), es:

$$(A.2) \quad O_t = \sum_{h=1}^k V_h(B) I_t^{T_h}$$

donde  $I_t^{T_h}$  es una variable binaria de tipo impulso que adopta un valor unitario en la observación  $T_h$  y nulo en los restantes, siendo  $T_h$  la observación en que tiene lugar el acontecimiento atípico o extraordinario. El filtro  $V_h(B)$  recoge los efectos dinámicos asociados a la observación anómala. En este trabajo se consideran tres posibilidades:

$$(A.3) \quad V_h(B) = v_h$$

cuando se trata de un atípico aditivo (AO): el efecto de la observación anómala es inmediato y dura sólo un período. El caso opuesto, en el que dicho efecto es permanente (LS), se representa introduciendo una raíz unitaria en el denominador del filtro racional, lo que equivale a una integración del impulso registrado en  $T_h$ :

$$(A.4) \quad V_h(B) = \frac{v_h}{1-B}$$

Finalmente, la situación intermedia en que el efecto de la observación anómala no es permanente pero persiste durante algún tiempo, se recoge mediante un filtro del tipo siguiente:

$$(A.5) \quad V_h(B) = \frac{v_h}{1-\delta B} \quad 0 < \delta < 1$$

Este tipo de valores atípicos recibe el nombre de “transitorio” (TC), poseyendo una función de respuesta al impulso monótona y convergente controlada por el parámetro  $\delta$ , estando su signo determinado por el de  $v_h$ . Naturalmente, si  $\delta=0$  o si  $\delta=1$  se obtienen, respectivamente, los atípicos aditivo y de cambio de nivel antes comentados. En este trabajo se asume  $\delta=0.7$ . Un análisis detallado del método iterativo de detección y corrección de atípicos empleado por TRAMO se detalla en Gómez (1994). La estimación de estos efectos, realizada de forma conjunta con el modelo ARIMA para la parte estocástica, se recoge en la siguiente tabla:

Tabla A.2: Observaciones atípicas

Serie	Fecha	Tipo	Estimación	Desv. típica
IPC	1986.01	LS	1.1357	0.2185
IPRI	1981.04	LS	1.5554	0.1527
	1980.02	LS	1.5040	0.1551
	1982.12	LS	1.3193	0.1535
	1986.01	LS	-1.2245	0.1533
	1986.08	LS	-1.1079	0.1512
	1983.12	AO	0.6357	0.0900
	1988.05	TC	-0.7476	0.1299
	1985.01	LS	0.5832	0.1536
	1998.01	LS	-0.8324	0.1576
	1997.01	LS	-0.6835	0.1562
	1982.02	LS	0.7122	0.1538
	1987.12	AO	0.4299	0.0875
	1986.11	AO	-0.4233	0.0871
	1983.10	LS	0.6133	0.1519
	1990.11	LS	-0.5971	0.1516
	1989.07	LS	0.5360	0.1511
	1984.02	AO	0.3405	0.0890
1995.09	TC	0.4466	0.1320	
IPPA	1990.01	LS	-0.1273	0.0300
IVUX	1993.03	AO	5.5838	1.3146
	1993.08	AO	-6.6535	1.3246
	1994.08	AO	-7.9941	1.3294

Los resultados anteriores permiten establecer lo siguiente:

1. Los contrastes diagnósticos no muestran falta de adecuación del modelo a la muestra, por lo que pueden utilizarse para representar a las series y efectuar la corrección de los efectos de las observaciones anómalas.
2. Todas las series están caracterizadas por la presencia de un componente tendencial estocástico integrado de segundo orden,  $I(2)$ . Asimismo, todos los indicadores poseen estacionalidad no estacionaria, derivada de la presencia del operador  $U(B)=1+B+\dots+B^{11}$  en su representación ARIMA.
3. Las correcciones de atípicos son especialmente relevantes, por su número y naturaleza, en la serie del IPRI. En los demás casos, las modificaciones son de mucha menor entidad.
4. Las series  $\Delta_{12} T(z_t, \lambda)$  poseen siempre cierta estructura estacional estacionaria ( $\theta_{12} \neq 0$ ) pero carecen de un componente estacional, al estar ausente el operador  $U(B)$  debido al uso del diferenciador  $\Delta_{12}$ .

## REFERENCIAS

- Abad, A. y Quilis, E.M. (1997) "Programas de análisis cíclico: <F> , <G> y <FDESC>. Manual del usuario", Instituto Nacional de Estadística, Documento Interno.
- Alvarez, L.J. y Matea, M. Ll. (1997) "Medidas del proceso inflacionista", en Servicio de Estudios del Banco de España, *La política monetaria y la inflación en España*, Alianza Editorial, Madrid, España.
- Ayuso, J., Kaminsky, G.L. y López-Salido, D. (1998) "A switching-regime model for the Spanish inflation: 1962-1997", Banco de España, Documento de Trabajo, n. 9814.
- Akaike, H. (1976) "Canonical correlation of time series and the use of an information criterion", en Mehra, R.K. y Lainiotis, D.G. (Eds.) *Systems identification: advances and case studies*, Academic Press, New York, U.S.A.
- Bewley, R., Orden, D., Yang, M. y Fisher, L.A. (1994) "Comparison of Box-Tiao and Johansen canonical estimators for cointegrating vectors in VEC(1) models", *Journal of Econometrics*, n. 64, p. 3-27.
- Bewley, R. y Yang, M. (1995) "Tests for cointegration based on canonical correlation analysis", *Journal of the American Statistical Association*, vol. 90, n. 431, p. 990-996.
- Box, G.E.P. y Jenkins, G.M. (1976) *Time series analysis, forecasting and control*, Holden Day, San Francisco, U.S.A.
- Box, G.E.P. y Tiao, G.C (1975) "Intervention analysis with applications to economic and environmental problems", *Journal of the American Statistical Association*, vol. 70, n. 349, p. 70-79.
- Box, G.E.P. y Tiao, G.C. (1977) "A canonical analysis of multiple time series", *Biometrika*, vol. 64, 2, p. 355-365.
- Cabrero, A. y Delrieu, J.C. (1996) "Elaboración de un índice para predecir la inflación en España", Banco de España, Documento de Trabajo, n. 9619.
- Cancelo, J.R. (1989) "Análisis de series temporales de índices de precios percibidos y coyuntura agraria", *Investigación Agraria*, vol. 4, n. 1, p. 109-127.
- Cano, V.J., Martín, F.J. y Cáceres, J.J.(1991) "Utilización de una medida de distancia entre modelos ARIMA. Una aplicación a los índices de precios percibidos por los agricultores", Universidad de la Laguna, Documento de Trabajo n. 24.
- Carmena, A. (1996) "Aportación de los índices de valores unitarios para medir el comercio exterior en términos reales", *Información Comercial Española*, n. 752, p. 9-17.
- Cooper, D.M. y Wood, E.F. (1982) "Identifying multivariate time series models", *Journal of Time Series Analysis*, n. 3, p. 153-164.
- Cristóbal, A. y Quilis, E.M. (1994) "Tasas de variación, filtros y análisis de la coyuntura", Instituto Nacional de Estadística, *Boletín Trimestral de Coyuntura*, n. 52, p. 92-123.
- Dickey, D.A. y Fuller, W.A. (1981) "Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root", *Econometrica*, vol. 49, n. 4, p. 1057-1072.
- Espasa, A., Manzano, M.C., Matea, M. Ll. y Catasús, V. (1987) "La inflación subyacente en la economía española: estimación y metodología", Banco de España, *Boletín Económico*, marzo, p. 32-51.
- Espasa, A. y Cancelo, J.R. (1993) *Métodos cuantitativos para el análisis de la coyuntura económica*, Alianza Editorial, Madrid, España.

- Espasa, A. y Cancelo, J.R. (1994) "El cálculo del crecimiento de variables económicas a partir de modelos cuantitativos", Instituto Nacional de Estadística, *Boletín Trimestral de Coyuntura*, n. 54, p. 63-86.
- Fernández, F.J. y Virto, J. (1996) "Un indicador adelantado de la inflación en España", *Revista Española de Economía*, vol. 13, n. 1, p. 121-140.
- Fiorentini, G. y Maravall, A (1995) "Unobserved components in ARCH models: an application to seasonal adjustment", CEMFI, Working Paper n. 9509.
- Gómez, V (1994) "Especificación automática de modelos ARIMA en presencia de observaciones atípicas", Universidad Complutense de Madrid, Documento Interno.
- Gómez, V. y Maravall, A. (1996) "Programs TRAMO and SEATS", Banco de España, Documento de Trabajo n. 9628.
- Gonzalo, J (1994) "Five alternative methods for estimating long-run equilibrium relationships", *Journal of Econometrics*, vol. 60, p. 203-33.
- Hillmer, S.C. y Tiao, G.C. (1979) "Likelihood function of stationary multiple autoregressive moving average models", *Journal of the American Statistical Association*, vol. 74, p. 652-660.
- Hosking, J.R.M. (1980) "The multivariate portmanteau statistic", *Journal of the American Statistical Association*, vol. 75, p. 602-608.
- Hylleberg, S., Engle, R.F., Granger, C.W.J. y Yoo, B.S. (1990) "Seasonal integration and cointegration", *Journal of Econometrics*, vol. 44, p. 215-238.
- Johansen, S. (1988) "Statistical analysis of cointegrating vectors", *Journal of Economic Dynamics and Control*, n. 12, p. 143-159.
- Liu, L.M (1993) "Modeling and forecasting time series using SCA-Expert capabilities", SCA Working Paper n. 127, SCA Corp., Oak Ridge, Illinois, U.S.A.
- Liu, L.M. y Hudak, G.B. (1995) *The SCA Statistical System. Vector ARMA modeling of multiple time series*, SCA Corp., Oak Ridge, Illinois, U.S.A.
- Lorenzo, F. y Ruiz, E (1997) "Estimación de la volatilidad de la inflación en presencia de observaciones atípicas y heterocedasticidad condicional", Universidad Carlos III, Dpto. de Economía, Working Paper n. 97-15.
- Lütkepohl, H. (1991) *Introduction to multiple time series analysis*, Springer Verlag, Berlín, Alemania.
- Mauleón, I. y Raymond, J.L. (1993) "Inflation in Spain: a two sector model approach", Fundación Empresa Pública, Documento de Trabajo n. 9304.
- Mardia, K.V., Kent, J.T. y Bibby, J.M. (1979) *Multivariate analysis*, Chapman and Hall, New York, U.S.A.
- Matea, M. Ll. (1989) "Funciones de transferencia simultáneas del índice de precios al consumo de bienes elaborados no energéticos", Banco de España, Documento de Trabajo n. 8901
- Matea, M. Ll. (1993) "Análisis de la inflación en España", en Espasa, A. y Cancelo, J.R. *Métodos cuantitativos para el análisis de la coyuntura económica*, Alianza Editorial, Madrid, España.
- Matea, M. Ll. y Regil, A.V. (1996) "Indicadores de inflación a corto plazo", Banco de España, Documento de Trabajo n. 9621.
- MathWorks (1998) *Matlab V. 5.11*, Natick, Massachusetts, U.S.A.

- Melis, F. (1991) “La estimación del ritmo de variación en series económicas”, *Estadística Española*, n. 126, p. 7-56.
- Melis, F. (1992) “Agregación temporal y solapamiento o aliasing”, *Estadística Española*, n. 130, p. 309-346.
- Peña, D. (1990) “Cointegración y reducción de dimensionalidad en series temporales multivariantes”, *Cuadernos Económicos de ICE*, n. 44, p. 109-126.
- Peña, A. y Aguado, M.J. (1994) “Nueva metodología para la elaboración de índices de valor unitario de importaciones y exportaciones”, Ministerio de Economía y Hacienda, Documento Interno.
- Phillips, P.C.B. y P. Perron (1988) “Testing for a unit root in time series regression,” *Biometrika*, vol. 75, p. 335–346.
- Quilis, E.M., Fernández, A. y Romero, L. (1992) “Clasificación de estructuras dinámicas: aplicación a los índices de producción industriales”, Instituto Nacional de Estadística, *Boletín Trimestral de Coyuntura*, n. 45, p. 37-53.
- Quilis, E.M. (1994) “Medida de la inflación subyacente: un análisis factorial dinámico”, *Información Comercial Española*, n. 729, p. 101-109.
- Ray, B.K. y Tsay, R.S. (1997) “Identifying common long-range dependence in a vector time series”, University of Chicago, Graduate School of Business, Working Paper.
- Raymond, J.L. (1992) “La inflación dual en España”, *Papeles de Economía Española*, n. 52-53, p. 46-66.
- Reinsel, G. (1993) *Elements of multivariate time series analysis*, Springer Verlag, New York, U.S.A.
- Said, S.E. y Dickey, D.A. (1984) “Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order”, *Biometrika*, vol. 71, p. 599-607.
- SAS (1991) *SAS/STA. User's Guide*, SAS Institute, Cary, North Carolina, U.S.A.
- Schwert, G.W. (1989) “Tests for unit roots: a Monte Carlo investigation”, *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 7, n. 2, p. 147-159.
- Stensholt, E. y Tjostheim, D. (1981) “Factorizing multivariate time series operators”, *Journal of Multivariate Analysis*, vol. 11, p. 244-249.
- Tiao, G.C., Box, G.E.P., Grupe, M.R., Hudak, G.B., Bell, W.R. y Chang, I. (1979) “The Wisconsin Multiple Time Series program (WMTS). A preliminary guide”, Department of Statistics, University of Wisconsin, Madison, U.S.A.
- Tiao, G.C. y Box, G.E.P. (1981) “Modeling multiple time series with applications”, *Journal of the American Statistical Association*, vol. 76, p. 802-816.
- Tiao, G.C. y Tsay, R.S. (1983) “Multiple time series and extended sample cross-correlations”, *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 1, p. 43-56.
- Tiao, G.C. y Tsay, R.S. (1985) “A canonical correlation approach to modeling multivariate time series”, *American Statistical Association, Papers and Proceedings*, p. 112-120.
- Tiao, G.C. y Tsay, R.S. (1989) “Model specification in multivariate time series”, *Journal of the Royal Statistical Society, series B*, vol. 51, p. 157-213.
- Tiao, G.C., Tsay, R.S. y Wang, T. (1993) “Usefulness of linear transformations in multivariate time series analysis”, *Empirical Economics*, vol.18, p. 567-593.

- Tjostheim, D. y Paulsen, J. (1982) "Empirical identification of multiple time series", *Journal of Time Series Analysis*, vol. 3, p. 265-282.
- Tsay, R.S. y Tiao, G.C. (1985) "Use of canonical analysis in time series model identification", *Biometrika*, vol. 72, p. 299-315.
- Tsay, R.S. (1989a) "Identifying multivariate time series models", *Journal of Time Series Analysis*, n. 10, p. 357-372.
- Tsay, R.S. (1989b) "Parsimonious parameterization of vector autoregressive moving average models", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 7, p. 327-341.